

Universidade Federal de Alfenas
Campus Poços de Caldas – Poços de Caldas - MG

WALLISON LUIZ ANICÉZIO CAMPANELLI

Calibração de um Detector de Nêutrons no Âmbito do Experimento SBND

Poços de Caldas

2021

WALLISON LUIZ ANICÉZIO CAMPANELLI

**Calibração de um Detector de Nêutrons no Âmbito
do Experimento SBND**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Física pelo Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Física de partículas. Orientador: Prof. Dr. Gustavo do Amaral Valdiviesso.

Poços de Caldas/MG
2021

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas
Biblioteca campus Poços de Caldas

Campanelli, Wallison Luiz Anicézio.

C186c Calibração de um detector de nêutrons no âmbito do experimento
SBND / Wallison Luiz Anicézio Campanelli. – Poços de Caldas/MG,
2021.

112 f. –

Orientador(a): Gustavo do Amaral Valdivieso.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de
Alfenas, campus Poços de Caldas, 2021.

Bibliografia.

1. Neutrinos. 2. Detectores. 3. Nêutrons. I. Valdivieso, Gustavo
do Amaral. II. Título.

CDD – 539.7215

**CALIBRAÇÃO DE UM DETECTOR DE NÊUTRONS NO ÂMBITO DO
EXPERIMENTO SBND.**

A Banca examinadora abaixo-assinada aprova a Dissertação apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física pela Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Física de Partículas.

Aprovada em: 28 de abril de 2021

Prof. Dr. Gustavo do Amaral Valdiviesso
Instituição: Universidade Federal de Alfenas

Profa. Dra. Ana Amelia Bergamini Machado
Instituição: UNICAMP

Prof. Dr. Fernando Gonçalves Gardim
Instituição: Universidade Federal de Alfenas



Documento assinado eletronicamente por **Gustavo do Amaral Valdiviesso, Professor do Magistério Superior**, em 28/04/2021, às 17:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Gonçalves Gardim, Professor do Magistério Superior**, em 07/05/2021, às 16:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ana Amelia Bergamini Machado, Usuário Externo**, em 11/05/2021, às 10:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unifal-mg.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0496337** e o código CRC **AAB5C1B6**.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Até o presente momento esse trabalho foi o mais importante da minha vida. Por esse motivo, também foi um dos momentos em que mais me exigiram dedicação e persistência. Todo esse processo me moldou em uma pessoa melhor e, transformou pessoas também que conviveram comigo nesse período. Assim irei fazer uma breve descrição sobre as pessoas que me deram apoio em todo esse processo.

Inicialmente agradeço à Deus, meu maior amparo nas horas de dificuldades, onde minha fé foi o que me fortaleceu em todo esse período de pesquisa, um período atípico, que se misturou com uma pandemia, o que tornou ainda mais difícil esse processo.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Gustavo do Amaral Valdivieso, a pessoa que conviveu comigo desde minha primeira semana na universidade. Lembro do primeiro dia, quando ele apareceu em minha sala explicando sobre o plano de tutoria acadêmica. Logo após sua saída fui atrás dele e disse que queria aprender física, depois desse momento meus olhos se abriram para um novo mundo, o da física. Essa foi a melhor decisão que tomei em minha vida, uma simples conversa que se tornou em uma etapa de estudos, depois uma iniciação científica e agora uma dissertação de mestrado.

Agradeço ao Prof. Dr. Fernando Gonçalves Gardim, que me acompanhou também em toda minha graduação e mestrado. Lembro do nosso saudoso grupo de estudo de física moderna, criado para nos introduzir à este mundo da física. Tenho guardado em meu coração todos os conhecimentos e conselhos repassados.

Agradeço ao Prof. Dr. Rodrigo Cuzinatto por toda sua atenção para comigo nas disciplinas do mestrado, me introduzindo no mundo da mecânica quântica e sempre me dando conselhos sobre como lidar com meus estudos.

Agradeço aos meus companheiros de Mestrado, Silas, Juan, Yuri, cristiane Bruna por toda a parceria nesse processo. Um processo árduo, que se tornou leve sabendo que tinha a companhia de vocês para aprender. Também agradeço ao Marcus Vinícius, Rudnei, Vitor e Ernesto Kemp por todo o apoio dado à mim nesta pesquisa, meus grandes amigos do mundo dos neutrinos.

Além de todos os meus amigos citados acima que tiveram papel importante no meu mundo acadêmico, quero agradecer aos meus pais que tornaram tudo isso possível. Com muita luta conseguiram suportar meus estudos, minha mãe sendo uma dona de casa e meu pai trabalhando com jardinagem. Tudo que eu sou, tudo que eu faço foi moldado

por todo o amor que tiveram comigo e, sei que não foi fácil aguentar todo esse cargo. Por isso, maior felicidade de entregar esse trabalho é saber que eu pude dar orgulho vocês.

Agradeço também a minha namorada Daiane Letícia dos Santos, minha companheira para todas as horas, convivendo todo esse tempo comigo, ouvindo eu falar sobre os tão famosos neutrinos. Todo o seu apoio foi fundamental para a entrega desse trabalho.

Quero agradecer à FAPEMIG pela bolsa ofertada, para cumprir com meus estudos, à Universidade Federal de Alfenas - Campus Poços de caldas pela oportunidade e ao Fermilab por ter fornecido os dados para o desenvolvimento desse trabalho.

Lista de Tabelas

Tabela 1	– Parâmetros obtidos ao realizar o ajuste da separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf do detector 1	63
Tabela 2	– Parâmetros obtidos ao realizar o ajuste da separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf do detector 2	63
Tabela 3	– Parâmetros obtidos ao realizar o ajuste da separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf do detector 3	63
Tabela 4	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{137}Cs obtido pelo detector 1 com $\chi^2/g.d.l. = 502/409$	76
Tabela 5	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da primeira borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 1 com $\chi^2/g.d.l. = 389/284$	79
Tabela 6	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da segunda borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 1 com $\chi^2/g.d.l. = 232/238$	80
Tabela 7	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{137}Cs obtido pelo detector 2 com $\chi^2/g.d.l. = 473/397$	82
Tabela 8	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da primeira borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 2 com $\chi^2/g.d.l. = 487/384$	83
Tabela 9	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da segunda borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 2 com $\chi^2/g.d.l. = 456/361$	85
Tabela 10	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{137}Cs obtido pelo detector 3 com $\chi^2/g.d.l. = 303/226$	86
Tabela 11	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da primeira borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 3 com $\chi^2/g.d.l. = 329/232$	88
Tabela 12	– Parâmetros da função R(E) obtidos ao realizar o ajuste da segunda borda de <i>compton</i> do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 3 com $\chi^2/g.d.l. = 513/414$	89
Tabela 13	– Parâmetros da reta de calibração dos detectores obtidos ao realizar o ajuste dos pontos	93

Lista de Figuras

Figura 1 – Caminho percorrido pelo feixe de neutrinos	13
Figura 2 – Diagramas da Estrutura do SBND	16
Figura 3 – Diagrama Simplificado de um LArTPC	17
Figura 4 – Mapa da área do feixe neutrinos do Fermilab	21
Figura 5 – Diagrama esquemático de um contador de cintilação	24
Figura 6 – Emissão de luz de cintilação em função do tempo de decaimento	26
Figura 7 – Espalhamento elástico de um nêutron de massa m em um núcleo de massa M	29
Figura 8 – A importância relativa dos três principais tipos de interação de raios gama	33
Figura 9 – Esquema do espalhamento <i>compton</i>	34
Figura 10 – Gráfico da função resposta linear ideal $r(E)$ e da função resposta real $R(E)$	38
Figura 11 – Funções real e ideal diferenciadas	40
Figura 12 – Diagrama da construção de uma curva de calibração	42
Figura 13 – Estrutura interna do detector SBND	43
Figura 14 – Forma de pulso	44
Figura 15 – Exemplo 1 da aplicação do método PSD	45
Figura 16 – Exemplo 2 da aplicação do método PSD	46
Figura 17 – Detector ELJEN Modelo 510-50x50-1	48
Figura 18 – Detector de cintilação de nêutrons	49
Figura 19 – Vista aérea dos cilindros de cintilação	50
Figura 20 – Espectro de emissão do cintilador EJ-309	50
Figura 21 – Curva de resposta espectral típica	51
Figura 22 – Seções de choque padrões para nêutrons de alta energia	52
Figura 23 – Espectro de energia dos gamas ^{137}Cs	53
Figura 24 – Espectro de energia dos gamas do ^{22}Na	54
Figura 25 – Espectro de energia dos gamas e nêutrons do ^{252}Cf	55
Figura 26 – Esquema do decaimento beta β_- do ^{137}Cs em Ba-137	55
Figura 27 – Esquema do decaimento beta β_- do ^{22}Na em Ne-22	56
Figura 28 – Esquema de fissão espontânea e decaimento α do ^{252}Cf	57
Figura 29 – Forma de onda obtida no detector de cintilação de nêutrons através de seção de choque no detector 1	59
Figura 30 – Método de delimitação da cauda da forma de onda	60
Figura 31 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 1 na região da borda de <i>compton</i>	62

Figura 32 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 1 na região da borda de <i>compton</i> utilizando cauda de 30% . . .	63
Figura 33 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 1	64
Figura 34 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 2	65
Figura 35 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 3	66
Figura 36 – Separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf para os detectores 1,2 e 3 . . .	67
Figura 37 – Parâmetro $b/1000$ em função da porcentagem de partículas acima da reta para os nêutrons e gamas para os detector 1,2 e 3	68
Figura 38 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 1	70
Figura 39 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 2	71
Figura 40 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 3	72
Figura 41 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , sem o bkg, referente ao detector 1	73
Figura 42 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , sem o bkg, referente ao detector 2	74
Figura 43 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , sem o bkg, referente ao detector 3	75
Figura 44 – Derivada numérica do espectro de carga da fonte radioativa ^{252}Cf referente ao detector 1, 2 e 3	76
Figura 45 – Espectro de carga do ^{137}Cs do detector 1 ajustado pela linha vermelha que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	77
Figura 46 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados do ^{137}Cs obtidos no detector 1	77
Figura 47 – Espectro de carga do ^{22}Na do detector 1 ajustado pela linha vermelha, em sua primeira borda de <i>compton</i> , que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	78
Figura 48 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da primeira borda de <i>compton</i> do ^{22}Na obtidos no detector 1	78
Figura 49 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 1 ajustado pela linha vermelha, em sua segunda borda de <i>compton</i> , que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	79

Figura 50 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da segunda borda de <i>compton</i> do ^{22}Na obtidos no detector 2	80
Figura 51 – Espectro de carga ^{137}Cs do detector 2 ajustado pela linha vermelha, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	81
Figura 52 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados do ^{137}Cs obtidos no detector 2	81
Figura 53 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 2 ajustado pela linha vermelha, em sua primeira borda de <i>compton</i> , que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	82
Figura 54 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da primeira borda de <i>compton</i> do ^{22}Na obtidos no detector 2	83
Figura 55 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 2 ajustado pela linha vermelha, em sua segunda borda de <i>compton</i> , que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	84
Figura 56 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da segunda borda de <i>compton</i> do ^{22}Na obtidos no detector 2	84
Figura 57 – Espectro de carga ^{137}Cs do detector 3 ajustado pela linha vermelha, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	85
Figura 58 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados do ^{137}Cs obtidos no detector 3	86
Figura 59 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 3 ajustado pela linha vermelha, em sua primeira borda de <i>compton</i> , que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	87
Figura 60 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da primeira borda de <i>compton</i> do ^{22}Na obtidos no detector 3	87
Figura 61 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 3 ajustado pela linha vermelha, em sua segunda borda de <i>compton</i> , que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5	88
Figura 62 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da segunda borda de <i>compton</i> do ^{22}Na obtidos no detector 3	89
Figura 63 – Calibração dos detectores 1, 2 e 3	90
Figura 64 – Espectro de energia do ^{252}Cf para os detectores 1, 2 e 3	94

RESUMO

Este trabalho refere-se à descrição e calibração de um detector de cintilação cuja finalidade é caracterizar o background produzido por nêutrons, induzidos por um feixe de neutrinos, no experimento *Short-Baseline Near Detector* (SBND). O SBND é parte integrante do programa *Short-Baseline Neutrino* (SBN), localizado no Fermilab (EUA), tendo como principais objetivos servir de base de comparação para os outros dois detectores de SBN e, de forma independente, estudar a seção de choque neutrino-argônio com precisão sem precedentes. A acurácia na identificação de neutrinos depende fundamentalmente da identificação de interações espúrias, o chamado ruído de fundo, ou *background*. O próprio feixe de neutrinos induz um background quando estes interagem com a rocha e o concreto imediatamente antes do detector, inserindo nêutrons que podem ser equivocadamente identificados como se fossem o resultado de uma interação com o alvo (argônio líquido). Para auxiliar na caracterização deste fundo de nêutrons, um detector móvel foi construído e tomou medidas no interior do prédio onde o SBND está sendo instalado. A calibração deste detector é fundamental para a caracterização destes nêutrons, principalmente seu espectro de energias. A calibração deve ser feita com base em medidas previamente estabelecidas com três fontes emissoras de gamas, ^{22}Na , ^{137}Cs e ^{252}Cf , esta última também emitindo nêutrons. Estas fontes apresentam linhas espectrais conhecidas, que permitem a calibração. Para fins desta dissertação, apresenta-se a técnica de calibração via identificação do limiar-de-Compton (*Compton edge*), partindo dos dados brutos provenientes da aquisição eletrônica, culminando na carga média dos gamas do ^{137}Cs e ^{22}Na . Em relação ao ^{252}Cf foi aplicado uma discriminação de forma de pulso, com o intuito de separar nêutrons dos gamas. Por fim, todos os dados das fontes foram avaliados para verificar se podem ser utilizados na calibração, se sim, a calibração pode futuramente ser utilizada para caracterizar nêutrons de fundo proveniente das interações do feixe de neutrinos.

Palavras-chave: Neutrinos; detectores; nêutrons.

ABSTRACT

This work refers to the description and calibration of a scintillation detector whose purpose is to characterize the background neutrons, induced by a neutrino beam, in the experiment textitShort-Baseline Near Detector (SBND). The SBND is an integral part of the textitShort-Baseline Neutrino (SBN) program, located in Fermilab (USA), with the main objectives to serve as a basis for comparison for the other two SBN detectors and, independently, to study the neutrino-argon cross-section with unprecedented accuracy. The accuracy in identification of neutrinos depends fundamentally on the identification of spurious interactions, the background. The neutrino beam itself induces a noise when they interact with the rock and concrete immediately before the detector, inserting neutrons that can be mistakenly identified as if they were the result of an interaction with the target (liquid argon). To assist in the characterization of this neutron background, a mobile detector was built and took measures inside the moat where the SBND is being installed. The calibration of this detector is fundamental for the characterization of these neutrons, especially their energy spectrum. The Calibration should be based on measurements previously established with three gammas emitting sources, ^{22}Na , ^{137}Cs and ^{252}Cf , the latter also emitting neutrons. These sources have known spectral lines, which allow the calibration. For the purposes of this dissertation, the calibration technique is presented via compton threshold identification (textitCompton edge), starting from the raw data from the electronic acquisition, culminating in the average charge of the ^{137}Cs and ^{22}Na ranges. In relation to the ^{252}Cf , a pulse shape discrimination was applied in order to separate neutrons from the gammas. Finally, all data from the sources were evaluated to verify whether they can be used in calibration, if yes, calibration can be used in the future to characterize neutrons' background from neutrino beam interactions.

Keys-word: Neutrinos; detectors; neutrons.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1	O FERMILAB E A FÍSICA EXPERIMENTAL DE NEUTRINOS	14
2.2	O SBN	15
2.3	SHORT-BASELINE NEAR DETECTOR (SBND)	15
2.4	BOOSTER NEUTRINO BEAMLINER	20
2.5	DETECTORES DE CINTILAÇÃO	23
2.6	PROPAGAÇÃO DE NÊUTRONS NA MATÉRIA	27
2.7	ESPALHAMENTO COMPTON	34
3	CALIBRAÇÃO DE UM DETECTOR DE CINTILAÇÃO	36
3.1	DISCRIMINAÇÃO DE FORMA DE PULSO	43
4	ANÁLISE E CALIBRAÇÃO	47
4.1	DETECTOR DE NÊUTRONS E GAMAS	47
4.2	CALIBRAÇÃO DO DETECTOR DE NÊUTRONS E GAMAS	53
4.3	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DISCRIMINAÇÃO DE PARTÍCULAS	59
4.4	ESPECTRO DE CARGA DAS FONTES RADIOATIVAS	66
5	DISCUSSÕES DE RESULTADOS	91
6	CONCLUSÃO	96
	REFERÊNCIAS	98
APÊNDICE A	INTERAÇÃO DE NÊUTRONS	101
APÊNDICE B	ESPALHAMENTO COMPTON	105

APÊNDICE C	MÉTODO DA DIFERENCIAÇÃO	107
------------	-------------------------------	-----

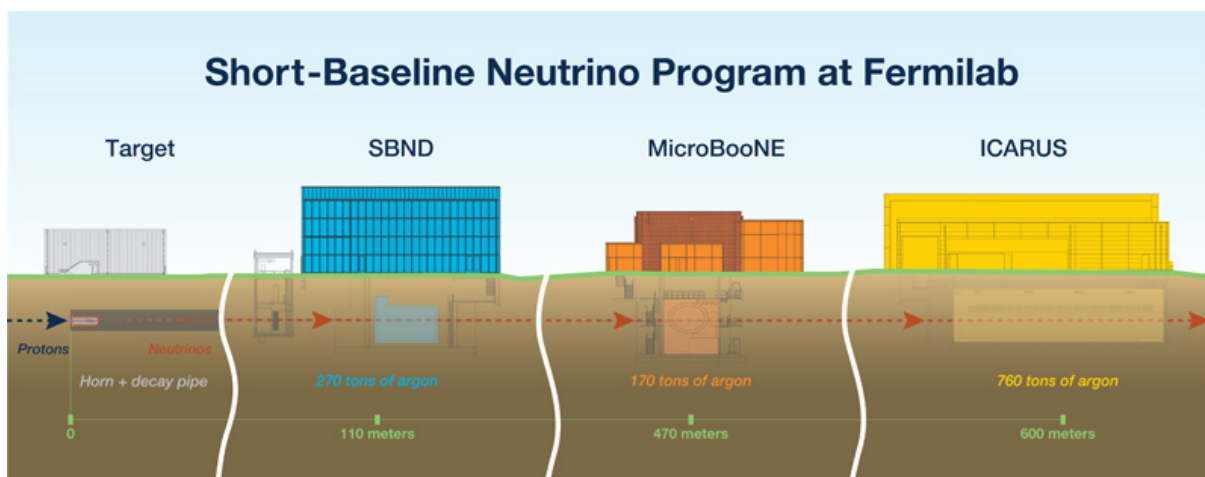
1 INTRODUÇÃO

Os neutrinos são partículas que interagem fracamente com a matéria, o que torna sua detecção um desafio técnico. O experimento *Short-Baseline Neutrino Detector* (SBND), tem como um de seus objetivos obter a medida de seção-de-choque entre o neutrino e a matéria de maneira precisa. Para tanto foi projetado para avançar em duas frentes, aprimorando a reconstrução de trajetórias e a estatística, visando observar o maior número de interações neutrino-núcleo já registrado. Estima-se que nos primeiros meses de sua operação ele terá observado mais neutrinos do que todos os experimentos já realizados, combinados. A reconstrução de trajetórias é feita graças à tecnologia empregada no SBND e em outros experimentos do Fermilab para detecção de neutrinos. Essa tecnologia é chamada *Liquid Argon Time Projection Chamber* (LArTPC), uma câmara de projeção temporal (TPC) utilizando argônio líquido como material-alvo[1].

O feixe percorre um caminho de 110 m no subsolo até atingir o detector[1] e, neste caminho, os neutrinos interagem com rochas e as estruturas que circundam o detector. As interações que ocorrerem nas proximidades do TPC poderão produzir partículas espúrias que irão interagir com os átomos de argônio ali presentes e, conseqüentemente, irão gerar um *background* (bkg) no detector interferindo diretamente na identificação de neutrinos. A imagem a seguir detalha o caminho do feixe de neutrinos e os detectores que ele irá atingir.

Este projeto de pesquisa tem como objetivo estudar uma dessas partículas, o nêutron, e caracterizar o seu fluxo, permitindo futuramente mitigar os ruídos no detector. Para este objetivo foi utilizado um detector de cintilação apropriado para medidas de nêutrons.

O detector de cintilação necessita ser calibrado com o uso de fontes radioativas, cujo espectro é conhecido. A calibração é atingida relacionando-se a carga depositada em tubos fotomultiplicadores (PMT em inglês) com a energia média dos nêutrons de cada fonte. Devido à linearidade tanto da fluorescência quanto do efeito fotoelétrico em

Figura 1 – Caminho percorrido pelo feixe de neutrinos

A imagem detalha a geração do feixe de neutrinos pela colisão de prótons com a placa de berílio e seu caminho passando pelos detectores SBND, MicroBooNE e ICARUS, com distâncias do feixe de 110, 470 e 600 m. Fonte: Referência [2].

relação a energia depositada, a relação carga-energia também é linear. Uma vez calibrado, é possível caracterizar o espectro de nêutrons induzido pelo feixe de neutrinos. O texto que se segue versa sobre o processo de calibração, partindo dos dados crus e chegando à relação carga-energia para uma determinada fonte. Para fins desta dissertação, apresenta-se os aspectos físicos e computacionais envolvidos em todas as etapas deste processo, tomando como referência as fontes de céscio ($Cs-137$), sódio ($Na-22$) e califórnio ($Cf-252$). As medidas dos dados da fonte radioativa foram realizadas no experimento SBND em 2018, no Fermilab. Estes procedimentos serão detalhados nas seções seguintes, iniciando com uma revisão histórica do Fermilab, sua estrutura e experimentos. Em seguida, faz-se uma revisão bibliográfica sobre o experimento SBND, o qual é a motivação para este trabalho. A revisão bibliográfica também abordará a física dos detectores de cintilação, das interações com nêutrons, da discriminação de forma de pulso (para separar nêutrons de gama) e do efeito-Compton utilizado no procedimento de calibração. Por fim, discute-se o procedimento de calibração em si, incluindo as etapas da análise, os detalhes na estimativa de incertezas e os métodos computacionais envolvidos. Encerra-se o texto com uma conclusão sobre o que foi feito e, se todo o processo de calibração foi eficaz, para que futuramente seja aplicado na detecção de nêutrons espúrios.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 O FERMILAB E A FÍSICA EXPERIMENTAL DE NEUTRINOS

O laboratório *Fermi National Accelerator Laboratory* (Fermilab) tem o segundo maior acelerador de partículas do mundo, e seu nome é em homenagem ao físico italiano Enrico Fermi, que conseguiu realizar a primeira reação em cadeia nuclear auto-sustentada na Universidade de Chicago em 1942[2].

O Fermilab é um laboratório para estudo de partículas, onde tem o neutrino é uma delas. O objetivo do Fermilab ao estudar neutrinos é o entendimento da origem da matéria, a unificação de forças e o *Big Bang*. O universo é repleto de neutrinos, partículas neutras, com uma pequena massa, quando relacionado com outras partículas, como o elétron. Os neutrinos raramente interagem com a matéria, a exemplo disso, trilhões de neutrinos atravessam nosso corpo a cada segundo. As propriedades anômalas dos neutrinos podem ser o primeiro passo para entendimento da física mais fundamental do universo e por esse motivo que o Fermilab montou um conjunto de experimentos que são os maiores do mundo[2]. Inicialmente foi proposto que os neutrinos não tinham massa, no entanto é conhecido que essa massa é diferente de zero, devido ao motivo que não seria possível sua oscilação entre seus sabores se sua massa não fosse zero. Os neutrinos são partículas que acompanham os léptons: elétron (e^-), múon (μ) e tau (τ), sendo então divididos em “sabores”: neutrino do elétron (ν_e), neutrino do múon (ν_μ) e neutrino do tau (ν_τ) e, esses neutrinos de sabores diferentes oscilam entre si[3].

O *Deep Underground Neutrino Experiment* (DUNE) é um dos experimentos hospedados no Fermilab e será o maior experimento de detecção de neutrinos existente. No experimento um feixe de neutrinos será enviado a 1287,48 km através do manto da terra para um laboratório subterrâneo constituído em uma antiga mina de ouro em Lead, Dakota do Sul, onde os detectores gigantes serão usados para estudar padrões de comportamento dos neutrinos ao viajarem longas distâncias. O feixe de neutrinos é criado pelo *Booster*

Neutrino Beam (BNB), que é uma estrutura em conjunto com o acelerador de partículas chamado *Fermilab Booster Synchrontron*[2].

O Fermilab realiza pesquisas de neutrinos desde a década de 1970. Em 1999 o laboratório fez seu primeiro experimento a longa distância, chamado MINOS, que teve como objetivo estudar a oscilação dos neutrinos do múon. O Fermilab também tem outros experimentos famosos como o NOvA e o MINERvA [2], no entanto, o experimento que será estudado nessa pesquisa é o SBND que faz parte do programa *Short Baseline Neutrino Program* (SBN) que será detalhado na seção seguinte. A Universidade Federal de Alfenas é uma instituição-membro dos experimentos SBND e DUNE desde 2015[2].

2.2 O SBN

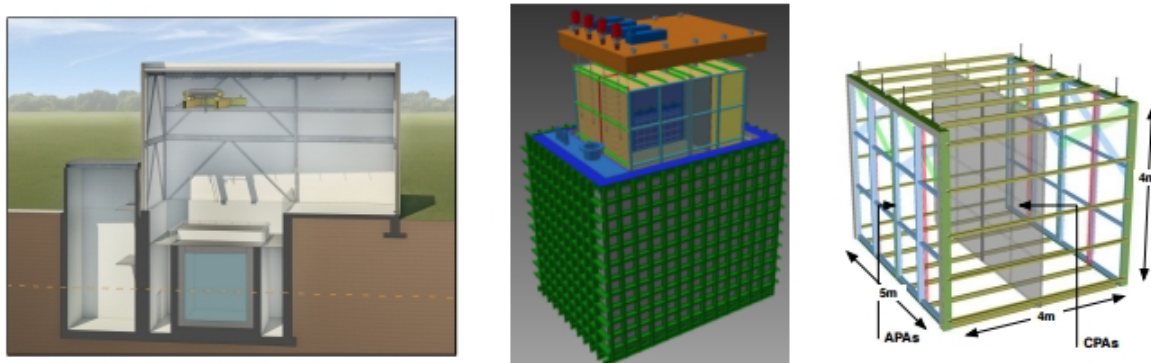
O SBN tem como o principal objetivo medir as propriedades de um neutrino estéril quando este se propaga em curtas distâncias. Com este objetivo, três detectores serão instalados ao longo de um feixe de neutrinos, com posições previamente calculadas para observar o padrão de oscilação dos neutrinos em uma região onde há conflitos com experimentos anteriores. Todos os detectores utilizados nesse programa usam a tecnologia *Liquid Argon Time-to-Projection Chamber* LArTPC, ou seja, Câmera de Projeção de Temporal de Argônio Líquido. Os experimentos que compõem o programa são: ICARUS T600, posicionado a uma distância de 600 m da fonte do feixe e contendo cerca de 500 ton de argônio líquido; MicroBooNE estando este a uma distância de 470 m, com cerca de 80 ton; o SBND, localizado a 110 m da origem do feixe, com um alvo de 112 ton[2]. O SBND e o feixe de neutrinos que o servirá estão detalhados nas próximas seções.

2.3 SHORT-BASELINE NEAR DETECTOR (SBND)

O SBND é o menor dos três detectores do SBN, e também o mais próximo da fonte de neutrinos. Esta proximidade é essencial para que os eventos ali detectados correspondam ao fluxo original produzido pelo feixe, isto é, antes que os neutrinos sofram oscilação para outros sabores. Sua TPC tem dimensões de $4,0 \times 4,0 \times 5,0$ m, sendo a dimensão mais longa

orientada paralelamente ao feixe. A Fig. 2 mostra o projeto do detector e a estrutura ao seu redor.

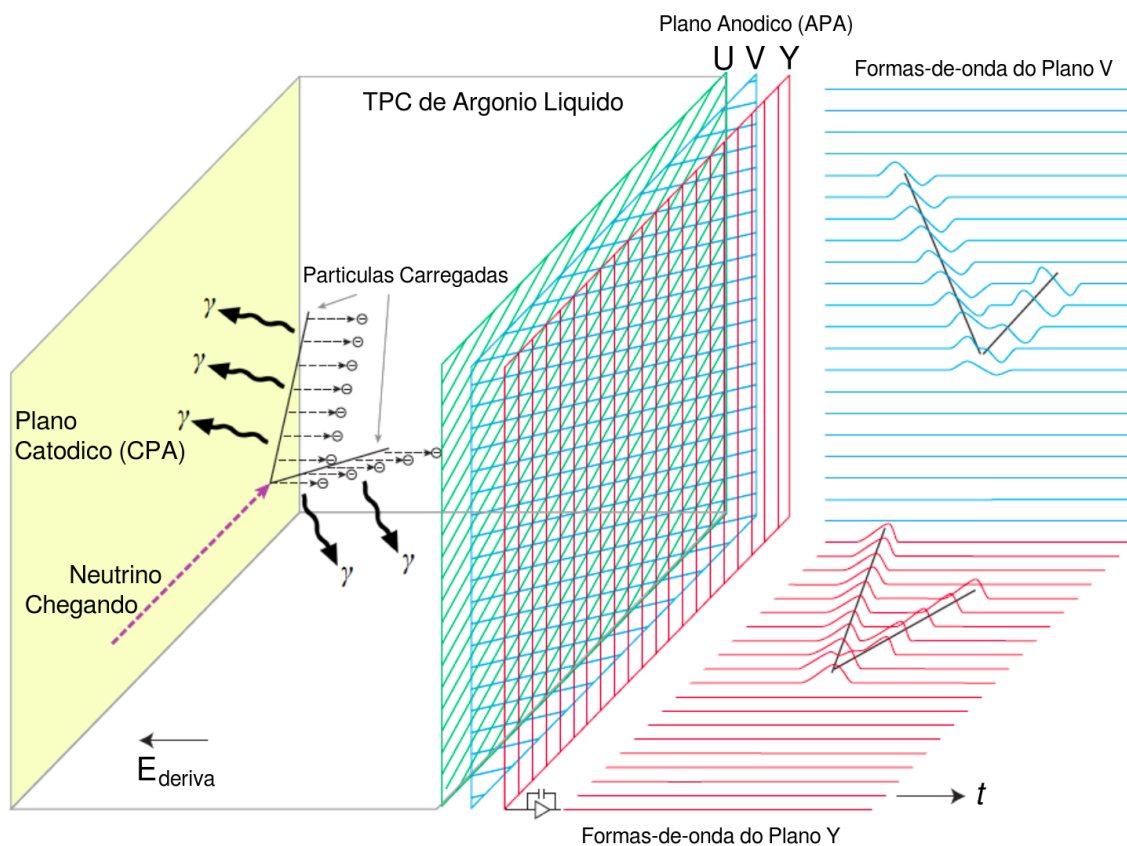
Figura 2 – Diagramas da Estrutura do SBND



À esquerda: Corte do prédio onde o SBND será instalado, mostrando o poço (com o detector em seu interior) e o feixe de neutrinos, indicado pela linha tracejada. Na figura, o feixe chega da direita. No centro: diagrama de engenharia do criostato e sua estrutura de reforço, mostrando o TPC sendo içado para fora (ali parcialmente acima do criostato). À direita: estrutura de gaiola que compõe os dois TPCs de SBND, montados de forma simétrica com relação ao plano catódico (CPA), com os planos anódicos (APA) posicionados de lados opostos. Neste ângulo, o feixe adentra o volume no terceiro quadrante da face frontal aqui mostrada. Fonte: Referência [1].

As TPCs, são uma tecnologia de detectores capazes de observar trajetórias de partículas ionizantes em 3-dimensões. Cargas geradas pela ionização do meio são guiadas por um campo elétrico uniforme, com velocidade conhecida, até o plano anódico (*Anode Plane Assembly*, ou APA). O campo elétrico é orientado do APA para o plano catódico (*Cathode Plane Assembly*, ou CPA), o que promove a deriva dos elétrons, provenientes da ionização, em direção ao APA. O sistema de coordenadas do detector é definido como sendo X a direção de deriva, Y a direção vertical e Z a direção do feixe. A Fig. 3 mostra um esquema resumido da LArTPC. A escolha de um gás nobre para o material-alvo é necessária para evitar que estes elétrons sejam recapturados antes de atingir o APA. TPCs são sabidamente detectores lentos: com a escolha do argônio líquido e um campo elétrico de 500 V/m, a velocidade de deriva eletrônica é de 1,0 mm/ μ s[5]. O conhecimento preciso desta velocidade é o que permite conhecer a primeira coordenada, X, através da medida do tempo de deriva dos elétrons até que sejam coletados pelo APA. O tempo inicial t_0 é determinado a partir da cintilação do argônio, o qual é observado pelo sistema foto-sensível ao redor da TPC. Medindo o tempo de deriva e sabendo a velocidade determina-se o quão distante do APA as cargas foram geradas. As outras duas coordenadas são determinadas

Figura 3 – Diagrama Simplificado de um LArTPC



Um neutrino adentra o volume do LArTPC e interage com um núcleo de argônio, produzindo partículas carregadas. Estas se movem pelo meio deixando trajetórias de ionização. Parte dos elétrons ionizados se recombina, emitindo fótons de ultra-violeta que são detectados pelo sistema foto-sensível. A maior parte das cargas deriva em direção ao plano anódico (APA), aqui indicado pelos três planos de fios à direita do volume. Os planos U e V têm correntes induzidas pela passagem dos elétrons, enquanto o plano Y é responsável por coletá-los. As correntes de indução e coleção são combinadas com o tempo inicial quando os fótons foram detectados, para formar uma imagem tridimensional das trajetórias. Fonte: Referência [4]

geometricamente sobre o APA. O APA consiste de três planos independentes e formados por fios de cobre-berílio com espessura capilar e espaçados de 5,0 mm. Os dois primeiros planos, denominados U e V, são inclinados respectivamente $+60^\circ$ e -60° em relação ao feixe. O terceiro plano, o mais distante do CPA, tem seus fios orientados verticalmente. Em conjunto, os planos U, V e Y são capazes de identificar o ponto de chegada das cargas no APA. Nenhum dos planos usa fios orientados horizontalmente, a direção do feixe, isto evita que cargas geradas por uma única partícula sejam coletadas por um único fio, o que tornaria o detector cego à direção preferencial das trajetórias esperadas. Os planos U e V são combinados para formar a coordenada Z no plano do APA. Estes são polarizados negativamente para permitir que os elétrons passem entre os fios sem serem capturados.

O sistema de leitura detecta as correntes induzidas nestes fios (por isso também são chamados de planos de indução). O plano Y, por sua vez, tem polaridade positiva sendo este o responsável por coletar os elétrons. O sistema de leitura mede a corrente de captura nos fios deste plano (e por isso também é chamado de plano-de-coleção)[6]. Desta forma a TPC é capaz de reconstruir a trajetória de partículas ionizantes no espaço com resolução de 5,0 mm em todas as coordenadas[1]. No caso do SBND, tais partículas são frutos da interação de neutrinos muônicos ν_μ , pois é a partícula produzida lá, como será detalhado posteriormente.

O neutrino tem dois tipos de interação fraca, por corrente neutra e por corrente carregada. A partícula virtual da interação é neutra ou carregada. A partícula virtual neutra é neutra de carga elétrica, neutra de carga de sabor e neutra de carga de força fraca, ou seja, ela não consegue transformar o neutrino do elétron em um elétron, um neutrino do múon em um múon ou um neutrino do tau em um tau. A mesma só aparece em espalhamento elástico, ou seja, quando um neutrino colide com uma partícula e cada um vai para uma direção e nada se transforma. A interação que será estudada neste trabalho é a de ν_μ com os átomos de argônio do detector. A energia desses neutrinos é tão grande que o espalhamento elástico não irá acontecer e sim, o espalhamento o inelástico, representando no inglês por DIS (Deep Inelastic Scattering), e portanto no espalhamento inelástico a interação será apenas por corrente carregada, sendo esses neutrinos muônicos transformados em múons, que ionizam o argônio líquido. Quando os neutrinos colidem com os núcleos de Ar o nêutron ou o próton (núcleons) são descolados do núcleo. Com a liberação do núcleo, são observados próximo de onde houve a interação. A seguir é apresentada a equação que descreve a colisão de neutrinos com os núcleos:

$$\bar{\nu}_\mu^{(-)} N \rightarrow \bar{\mu}^{(-)} X \quad (2.1)$$

onde $\bar{\nu}_\mu^{(-)}$ é o (anti)neutrino do múon, N o núcleon, $\bar{\mu}^{(-)}$ o anti(múon) e X o núcleon (próton ou nêutron) resultado dessa interação[7]. Essa colisão será explicada mais detalhadamente ainda neste parágrafo. Os prótons percorrem milímetros e são absorvidos. O que se espera é que estes neutrinos do múon se transformem em múons. Os múons são as partículas que

irão ionizar os átomos, assim os elétrons serão guiados pelo campo elétrico em direção ao plano anódico e os átomos ionizados ao plano catódico. Para se entender a transformação do neutrino do múon em um múon é necessário entender como é a interação fraca por corrente carregada. A transformação de uma partícula como o neutrino do múon, que é neutra, em um múon, que é carregado com carga -1 , é realizada de maneira que o bóson W^- retira carga dos “quarks” do próton ou nêutron e transfere para estes neutrinos do múon se transformarem em múon. Existem “quarks down” (d) que tem carga $-1/3$ e “quark up” (u) que tem carga $+2/3$. Se o neutrino irá se transformar em um múon de carga negativa ele irá necessitar da carga do “quark down”, sendo então o quark transformado em um “quark up”. Os prótons são compostos de 2 “quark up” e um “quark down”, dando a somatória de cargas $+1$, e os nêutrons são compostos de 2 “quarks down” e um “quark up”, dando a somatória de cargas nula, como já é conhecido pela física em geral. Se a partícula virtual pegar a carga do “quark down” do nêutron, o “quark down” vira up e o nêutron se transforma em um próton. Se a partícula virtual pegar a carga do “quark down” do próton este “quark down” vira up e o próton se transforma em uma partícula chamada Δ^{++} . Essa partícula tem massa grande e instável, sendo então uma interação que não acontece para esses neutrinos do múon, por não terem energia suficiente para gerá-la. Já para a transformação de um antineutrino do múon em um anti-múon é necessário que a partícula virtual pegue a carga de um “quark up” do próton, sendo este transformado em um nêutron. Então, é observado que quando ocorrer a interação de um neutrino, perto desta será observado um próton, no entanto quando ocorrer uma transformação de um próton em um nêutron, é indicativo de que um antineutrino interagiu naquela região[4]. Algo a se pensar é: e os múons que vem do espaço? Não geram ruídos no detector? E os nêutrons que vem junto com o feixe de neutrinos? Não geram ruídos também no detector? Devido às estas perguntas este trabalho foi desenvolvido com a finalidade de se estudar o bkg dos nêutrons no detector. A próxima seção entrará em detalhes como é produzido este feixe de neutrinos que irá interagir com o detector.

2.4 BOOSTER NEUTRINO BEAMLINER

O SBN tem como objetivo observar neutrinos que podem (ou não) oscilar em uma curta distância. Para isto é necessário conhecer o ponto de origem destes neutrinos, bem como sua energia. O uso de um feixe artificial de neutrinos é essencial para que tais parâmetros estejam sob o controle do experimento. Um feixe de neutrinos tem origem como um feixe de prótons em um acelerador de partículas. Das várias linhas de partículas oferecidas pelo Fermilab, o SBN (e conseqüentemente o SBND) é servido pelo *Booster Neutrino Beamline* (BNB), cuja orientação em relação ao SBND é mostrada na imagem aérea da Fig. 4. O processo tem início com prótons (hidrogênio ionizado) a 8,89 GeV de energia cinética. Estes são acelerados no *Fermilab Booster Synchrotron* e posteriormente injetados em um alvo de berílio, composto de vários cilindros homogêneos e concêntricos, sendo o mais interno com 71 cm de comprimento e 0,51 cm de raio [8]. A colisão dos prótons com o alvo produz píons positivos (π^+), negativos (π^-) e neutros (π^0). O alvo de berílio está envolto em um campo eletromagnético cônico-toroidal que desloca partículas secundárias negativas e foca as partículas secundárias positivas ou vice versa [8], dependendo da configuração desejada do feixe. Os neutrinos são partículas neutras, assim toda a óptica do feixe deve ser feita antes do seu surgimento, quando este ainda é composto de partículas carregadas. Da mesma forma outras partículas neutras, como o π^0 , não são defletidas pelo campo magnético e por isso seus decaimentos fariam parte do feixe, caso não fossem absorvidas (e serão). As partículas selecionadas pelo campo se propagam por um tubo de decaimento de 50 m de comprimento e 0,91 m de raio, preenchido de ar comum, o que dá às partículas tempo para decaírem. A maioria das partículas π^\pm decaem para neutrinos do múon ν_μ e do elétron ν_e ainda dentro do tubo, de forma aquelas que não decaem até o final dessa região são desaceleradas até o repouso por um absorvedor de concreto e aço [1]. Os decaimentos que ocorrem dentro do tubo têm momento correlacionado com o da partícula-mãe, enquanto que aquelas partículas paradas pelo absorvedor decaem com produtos em direções aleatórias e não irão compor o feixe.

Figura 4 – Mapa da área do feixe neutrinos do Fermilab



A imagem de satélite mostrando o complexo de aceleradores do Fermilab. A linha vertical representa o eixo do BNB (linha tracejada amarela) e a localização dos detectores do SBN, SBND (aqui marcado com seu código experimental, LAr1-ND) a 110 m, MiniBooNE a 470 m e ICARUS (T600) a 600 m. A linha magenta inclinada indica o eixo de outro feixe de neutrinos, o NuMI, indicado aqui apenas por completude. Fonte: Referência [1].

Os neutrinos do BNB têm origem no decaimento dos píons, sendo que

$$\pi^\mp \rightarrow \mu^\mp + \overset{(-)}{\nu}_\mu, \quad (2.2)$$

$$\pi^\mp \rightarrow e^\mp + \overset{(-)}{\nu}_e, \quad (2.3)$$

onde μ^\pm é um (anti)múon, $\overset{(-)}{\nu}_\mu$ é o (anti)neutrino do múon, e^\pm é o (anti)elétron e finalmente $\overset{(-)}{\nu}_e$ o (anti)neutrino do elétron. O decaimento da Eq. 2.2 tem uma probabilidade de $(99.98770 \pm 0.00004)\%$ de ocorrer, já o decaimento da Eq. 2.3 tem probabilidade de $(1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}$ [9]. Os píons neutros que estão presente também nessa região de

decaimento, decaem e produzem gamas (γ), elétrons e pósitrons,

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma , \quad (2.4)$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + e^- + e^+ , \quad (2.5)$$

$$\pi^0 \rightarrow 2e^- + 2e^+ , \quad (2.6)$$

sendo que o decaimento mais provável entre estes é o da produção de dois gamas, como descrito na Eq. 2.4 com probabilidade de $(98.823 \pm 0.034)\%$ [9]. O decaimento presente na Eq. 2.5 tem probabilidade de $(1.174 \pm 0.035)\%$ e, por fim, o decaimento da Eq. 2.6 tem probabilidade de $(3.34 \pm 0.16) \times 10^{-5}$, sendo este o menos provável[9, 10]. Estes últimos são parados pelo absorvedor. É importante saber também que o tempo de vida média das partículas π^\pm , em seu próprio referencial, não é suficiente para elas chegarem até o final da região de decaimento. Também se faz necessário explicar que a energia dessas partículas não é tão alta, sendo desnecessário aplicar a relatividade especial para calcular a dilatação do espaço percorrido pela partícula, pois a constante relativística para essa energia não é tão alta. Sua vida-média $\tau = (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8}$ s equivale à um deslocamento médio $c\tau$ de

$$c\tau = 7,80 \text{ m}, \quad (2.7)$$

onde considera-se o fato de que a velocidade destas partículas é indistinguível da luz c . Assim sendo, é virtualmente impossível observar π^\pm ao final do tubo de decaimento de 50 m. A partícula π^0 tem vida-média ainda menor, com $\tau = (8.52 \pm 0.18) \times 10^{-17}$ s, com a distancia média de decaimento de

$$c\tau = 2,56 \times 10^{-8} \text{ m}, \quad (2.8)$$

e portanto também não sobrevive ao final do tubo. Em resumo, com exceção dos neutrinos que seguirão em frente, todos os demais produtos dos decaimentos de 2.2 à 2.6 são barrados pelo absorvedor. Isto inclui os múons criados no decaimento do pión (Eq. 2.2). Eles decaem em repouso, no interior dos absorvedores, produzindo principalmente $\bar{\nu}_\mu$ e $\bar{\nu}_e$. Porém, diferente dos neutrinos produzidos no decaimento dos pions, estes não têm correlação com o feixe e difundem-se radialmente a partir do absorvedor. Seu fluxo cai com o inverso do quadrado da distância, tornando-se insignificante após os 110 m até o SBND.

Ao longo do caminho, o feixe de neutrinos interage com a matéria indiscriminadamente. As partículas secundárias que têm origem nestas interações, em sua maioria múons, são absorvidas pelo próprio material rochoso e não atingem o detector. Por outro lado, o poder de freamento (*stopping power*) está diretamente relacionado ao livre caminho médio destas partículas naquele meio. Assim, é de se esperar que neutrinos que interajam nas rochas ou no concreto imediatamente antes do detector irão produzir secundárias que não terão tempo de serem absorvidas e chegarão ao volume ativo do detector. Este é o chamado ruído-de-fundo induzido pelo feixe. Dentre todas as possibilidades, os nêutrons são aqueles que encontram o maior livre caminho médio por não serem ionizantes, sendo parados apenas por interações nucleares. A caracterização desta fonte de ruído é essencial para o sucesso do SBND. A seção seguinte irá detalhar as propriedades de um detector de cintilação, geralmente utilizado na detecção de nêutrons e aqui empregado na detecção desta fonte de ruído.

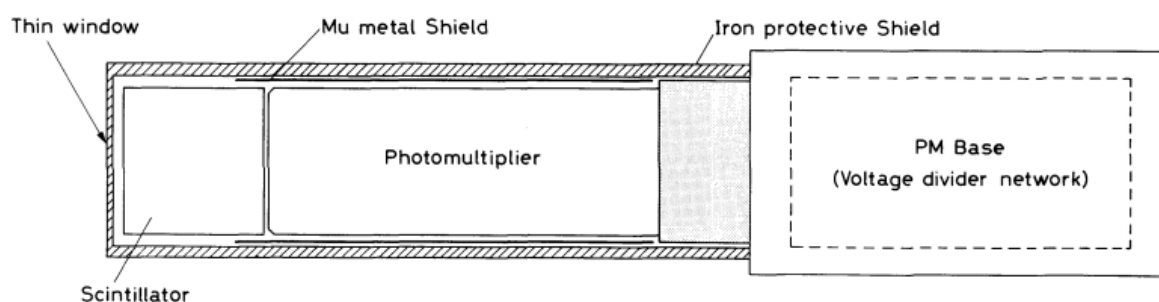
2.5 DETECTORES DE CINTILAÇÃO

Um detector de nêutrons específico necessita ser usado para poder calcular quantas das interações são entre nêutrons e átomos de argônio. Detectores de cintilação são os mais utilizados hoje em dia para detecção de partículas[10], sendo sensíveis tanto a nêutrons quanto gamas. A identificação dos nêutrons se dá através dos gamas produzidos pelos sucessivos espalhamentos nucleares durante o processo de termalização, como será explicado a seguir. Em outras palavras, detectores de cintilação podem ser calibrados com fontes conhecidas tanto de gamas como nêutrons, podem ser posteriormente utilizados em ambos

os cenários.

Detectores por cintilação partem do princípio de que certos materiais quando atingidos por uma partícula ou radiação nuclear irão emitir uma luz instantânea, ou seja, uma cintilação. Ao conectar esse dispositivo a um amplificador, como por exemplo uma fotomultiplicadora, faz com que essas cintilações possam ser convertidas em pulsos elétricos, para assim serem analisados e contados eletronicamente no intuito de fornecerem informação sobre a radiação incidente[10]. A figura a seguir detalha como é o conjunto do dispositivo de cintilação com a fotomultiplicadora.

Figura 5 – Diagrama esquemático de um contador de cintilação



O material cintilador está contido no lado esquerdo da imagem, local onde a seção de choque da partículas com o mesmo será observada em forma de cintilação, esse local está conectado a uma fotomultiplicadora mostrado no centro da imagem, no qual ele transformará a informação da cintilação em pulsos elétricos. Fonte: Referência [10].

A imagem detalha o cintilador conectado à fotomultiplicadora, onde a radiação passa pelo cintilador excitando os átomos e moléculas presentes, causando emissão de luz. A luz emitida é transmitida para a fotomultiplicadora, que é convertida em uma corrente fraca de fotoelétrons, a corrente é amplificada por um sistema chamado eletromultiplicador, para que então o sinal resultante seja analisado por um sistema eletrônico. Esse conjunto de dispositivos tem como características principais, sensibilidade a energia, assim acima de uma energia mínima ele se comporta quase linearmente em relação à energia depositada, para que a saída de luz do cintilador seja diretamente proporcional à energia excitada. A amplitude do sinal elétrico final da fotomultiplicadora é proporcional à energia se a fotomultiplicadora for também linear e operada de maneira correta. O tempo de resposta dos detectores de cintilação é rápido, permitindo informações de tempo com grande precisão

entre dois eventos e altas contagens de taxas. O PSD é uma das propriedades do detector de cintilação, que consegue discriminar tipos de partículas por meio de análises dos corpos dos pulsos de luz emitidos, que é possível através da excitação de diferentes mecanismos de fluorescência por partículas de diferentes poderes de ionização[10].

Os materiais cintiladores tem a propriedade de luminescência. Esses materiais quando expostos a radiação, luz, calor, entre outros, irão absorvê-los e reemitir essa energia absorvida em forma de luz. É definido como fluorescência, o fenômeno em que o cintilador absorve esta energia e sua reemite-a em forma de luz dentro de um tempo máximo de 10^{-8} s. Se a reemissão demorar mais que esse tempo o processo é chamado fosforescência. Esse fato pode ocorrer devido ao estado excitado ser metaestável.

É definido como fluorescência o fenômeno do cintilador absorver esta energia e reemiti-la em forma de luz dentro de um tempo máximo de 10^{-8} s.

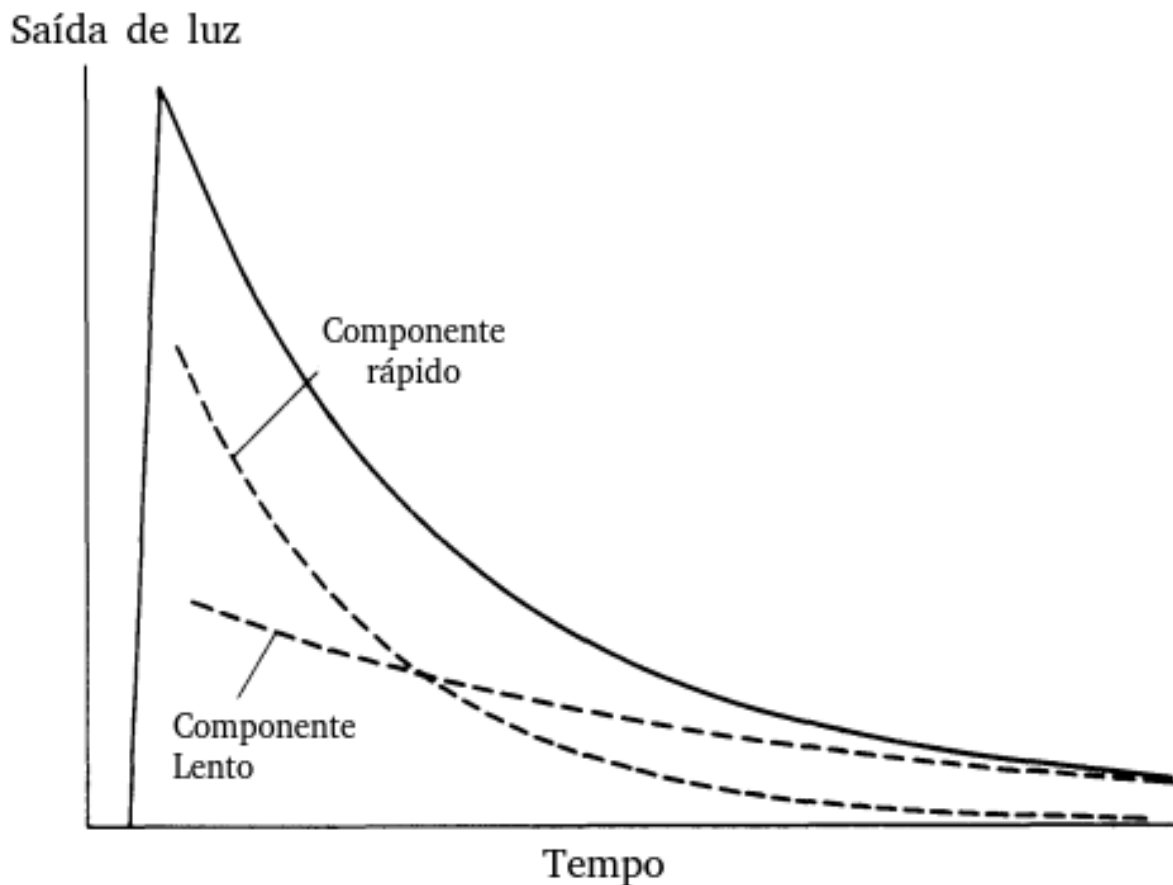
A evolução temporal do processo de reemissão é descrito como um decaimento exponencial, e é expressa pela equação a seguir:

$$N = \frac{N_0}{\tau_d} \exp\left(\frac{-t}{\tau_d}\right), \quad (2.9)$$

onde, N é o número de fótons emitidos em um tempo t , N_0 , o número total de fótons emitidos e τ_d , a constante de reemissão. A maioria dos casos são atendidos pela Eq. 2.9, no entanto, existem alguns decaimentos mais complexos. Esses decaimentos são descritos de forma precisa pela equação

$$N = A \exp\left(\frac{-t}{\tau_f}\right) + B \exp\left(\frac{-t}{\tau_s}\right), \quad (2.10)$$

onde τ_f e τ_s são constantes de reemissão, e A e B são magnitudes relativas. Os materiais cintiladores são classificados como rápidos e lentos pelo seu tempo de reemissão. A figura a seguir detalha a emissão de luz em função do tempo.

Figura 6 – Emissão de luz de cintilação em função do tempo de decaimento

O gráfico detalha a emissão de luz de cintilação e seu decaimento exponencial ao longo do tempo. As linhas pontilhadas representam o decaimento para componentes de emissão rápida e lenta. A somatória da emissão de luz das duas curvas pontilhadas é apresentada pela linha sólida. É válido observar que o tempo de emissão de luz é muito mais rápido que o decaimento ao longo do tempo. Fonte: Referência [10].

A existência de componentes de rápida e lenta emissão de luz é totalmente fundamental para a técnica PSD. Nem todos os materiais cintiladores são bons para atuarem como detectores. Para o cintilador ser um bom detector ele deve ter uma alta eficiência em converter energia excitante em radiação fluorescente, emissão em uma faixa espectral consistente com a resposta espectral dos fotomultiplicadores existentes, uma curta constante de decaimento e transparência a sua radiação fluorescente, de modo a permitir a transmissão da luz.

O detector de cintilação irá obter informações analógicas que necessitam conversão para dados digitais. Para isso, é necessário utilizar um dispositivo chamado *Analog-to-Digital converters* (ADC), um conversor de sinais analógicos para digitais. Como exemplo

a ser utilizado, quando um ADC recebe pulsos de entrada em uma faixa de $0 - 10V$ ele converte geralmente esse valor para forma binária. No entanto, a obtenção de uma medida de intervalo de tempo em forma digital é utilizado o *Time to Digital Converters* (TDC), que é um conversor de intervalo de tempo para sinal digital. O método mais utilizado para este intervalo é por meio da digitalização do *Time to Amplitude Converters* (TAC) utilizando um ADC. O TAC é uma unidade utilizada para converter um certo período de tempo entre dois pulsos lógicos em um pulso cuja a altura é proporcional a duração desse período. O procedimento é dividido em dois passos, inicialmente realiza-se a conversão do intervalo de tempo pelo TAC em um sinal analógico. Obtendo-se esse sinal analógico o segundo passo é convertê-lo com o uso do ADC em um sinal digital, ou seja, O TDC é a junção do TAC com o ADC[10].

2.6 PROPAGAÇÃO DE NÊUTRONS NA MATÉRIA

Esta seção tem como objetivo detalhar como o nêutron é detectado por um detector de cintilação, assim é necessário definir como ele se propagará no material cintilador. Para detecção de nêutrons é necessário que transfira sua energia total ou parcial para uma partícula que ionize e excite o material de cintilação. Como exemplo a ionização de um núcleo por um nêutron, que irá emitir um elétron e excitará o material de cintilação até ser absorvido novamente por algum outro núcleo[10]. A cintilação também pode ser gerada se durante a colisão energia suficiente é transferida para núcleos de recuo, que depois dessa colisão irão excitar ou ionizar as moléculas do material cintilador[11].

Para excitar ou ionizar uma partícula existe uma dependência direta do nível energético dos nêutrons. Os nêutrons são classificados de acordo com sua energia, mesmo não tendo limites tão específicos, por exemplo os nêutrons rápidos tem energia variando entre algumas dezenas de MeV e algumas centenas de keV, já os nêutrons térmicos tem energia aproximadamente de $0,025\text{ eV}$ [10].

Os nêutrons rápidos irão interagir com as partículas ionizando-as por colisão elástica, que é predominante e é fonte da maior perda de energia dos nêutrons, e também por

colisão inelástica, só que em menor proporção. Essas duas colisões geram cintilação e a cada interação o nêutron perderá energia, até perder uma quantidade suficiente para ser classificado como nêutron térmico. Nesse nível de energia ele é absorvido pelo núcleo ou sofre outras reações nucleares. O nêutron pode ser absorvido também sem estar em energia térmica, principalmente com presença de ressonâncias. Também é necessário ressaltar que a dependência inversa da velocidade do nêutron em relação a sua seção de choque, ou seja, quanto maior a velocidade, menor a seção de choque, ajuda em sua sobrevivência, até ele se tornar termal. A seção de choque total é dada pela soma das seções de choque individuais,

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{elástica}} + \sigma_{\text{inelástica}} + \sigma_{\text{captura}} + \dots, \quad (2.11)$$

onde a seção de choque total é a soma de seção de choque elástica, inelástica e de captura. Ao multiplicar a seção de choque total pela densidade de átomos do material nos obtém-se o livre caminho médio,

$$\frac{1}{\lambda} = N\sigma_{\text{total}} = \frac{N_a\rho}{A}\sigma_{\text{total}}, \quad (2.12)$$

onde N é a densidade dos átomos, N_a o número de Avogadro, ρ a densidade do material, A a massa molar e λ o livre caminho médio. Assim ao obter o livre caminho médio, tem-se dados suficientes para saber a fração nêutrons N/N_0 que não interagem com nenhuma partícula ali presente e saem do detector, assim

$$\frac{N}{N_0} = \exp(-x/\lambda), \quad (2.13)$$

onde x é a espessura do cilindro do cintilador, N_0 é da densidade de átomos inicial e N é a final[10].

Os nêutrons de alta energia que interagirem com os núcleos irão sofrerem decaimento depois de algumas interações. Essas interações podem ser tratadas de forma não relativística, ou seja, apenas com conservação de energia[10]. Essa afirmação é correta devido o momento do núcleo ser muito menor que sua massa, as seguintes equação irão detalhar porque estas

interações podem ser tratadas de forma relativística, assim

$$\gamma = \frac{E}{m_n} = \frac{\sqrt{p^2 + m_n^2}}{m_n}, \quad (2.14)$$

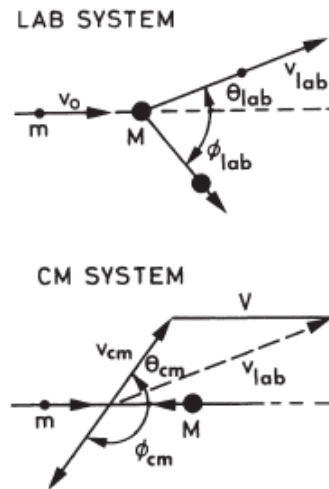
onde γ é uma constante relativista que pode ser reescrita da seguinte maneira,

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{p}{m}\right)^2 + 1} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{p}{m_n}\right)^2 \approx 1, \quad (2.15)$$

assim essa relação é obtida ao aplicar a série de Taylor, então devido o momento do nêutron ser muito menor que sua massa a constante relativística $\gamma = 1$.

A figura a seguir detalha a colisão entre o nêutron e um núcleo em sistema de laboratório e em sistema de centro de massa.

Figura 7 – Espalhamento elástico de um nêutron de massa m em um núcleo de massa M



A imagem detalha a colisão em dois sistemas, o de laboratório na parte superior e o de centro de massa na parte inferior. Observa-se que em sistema de laboratório o nêutron se espalha em um ângulo representado por θ_{lab} e o núcleo em um ângulo ϕ_{lab} , já em sistema de centro de massa o nêutron se espalha em ângulo θ_{cm} e o núcleo em ϕ_{cm} . Fonte: Referência [10].

O nêutron tem uma velocidade inicial v_0 e o núcleo uma massa M , como a Fig. 7 mostra. Com algumas desconsiderações definidas no apêndice A a massa do núcleo é definida como o seu número atômico A [10], portanto a velocidade do nêutron no sistema de centro de

massa pode ser escrita da seguinte forma,

$$v_{cm} = \frac{A}{A+1}v_0, \quad (2.16)$$

e a velocidade do núcleo descrita por V ,

$$V = \frac{1}{A+1}v_0, \quad (2.17)$$

assim usando a lei dos cossenos é possível obter a velocidade do nêutron em sistema de laboratório,

$$v_{lab}^2 = v_{cm}^2 + V^2 - 2v_{cm}V \cos(\pi - \theta_{cm}), \quad (2.18)$$

onde ângulo de espalhamento do centro de massa é definido por θ_{cm} . Sabendo que a energia cinética é definida por $\frac{1}{2}mv^2$ e, substituindo a Eq. 2.16 e a Eq. 2.17 na Eq. 2.18 chega-se na seguinte relação,

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{v_{lab}}{v_0}\right)^2 = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos(\pi - \theta_{cm})}{(A+1)^2}, \quad (2.19)$$

onde $\cos(\pi - \theta_{cm}) = \cos \pi \cos \theta_{cm} + \sin \pi \sin \theta_{cm}$, e $\sin \pi = 0$. Desse modo a equação que descreve a energia do nêutron pode ser reescrita

$$E = E_0 \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta_{cm}}{(A+1)^2}, \quad (2.20)$$

no qual o mesmo caminho que foi percorrido para encontrar a energia do nêutron deve ser para a energia do núcleo de recuo[10]. Assim é possível chegar em sua energia descrita por,

$$E_A = E_0 \frac{2A}{(A+1)^2} (1 + \cos \phi_{cm}). \quad (2.21)$$

Da equação 2.20 observa-se que $\cos \theta_{cm}$ tem variação entre E_{pm1} , notando-se que a equação é delimitada pela seguinte relação,

$$\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 E_0 < E < E_0. \quad (2.22)$$

Ao aplicar o limite da variação de energia para um próton, que tem número atômico $A = 1$, é visto que sua energia irá variar entre $0 < E < E_0$, assim é analisado que quanto menor o número atômico do núcleo, maior a absorção da energia do nêutron, ou seja, a decaimento de energia dos nêutrons é mais eficiente em prótons ou em núcleos de número atômico baixo[10].

Um nêutron rápido com uma energia de 10 MeV ou menor para ser absorvido por um núcleo deve fazer algumas interações até perder energia suficiente para se tornar um nêutron térmico, que tem energia de aproximadamente 0,025 eV. Esta é a energia onde ele tem a maior probabilidade de absorção. Porém o número de interações necessárias para que ele atinga esse nível de energia é dado pelas equações a seguir, sendo que

$$u = \ln \frac{E_0}{E}, \quad (2.23)$$

onde a energia inicial é definida por E_0 e a final por E , assim substituindo a Eq. 2.20 na Eq. 2.23 obtém-se u , que é a mudança de letargia, depois de um espalhamento em um ângulo θ ,

$$u = \ln \frac{(A+1)^2}{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}, \quad (2.24)$$

assim é dado também a probabilidade de espalhamento dw em um ângulo sólido $d\omega$, onde

$$dw = \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin \theta_{cm} d\theta_{cm}. \quad (2.25)$$

Portanto ao realizar a multiplicação da Eq. 2.25 pela Eq. 2.24 para posteriormente integrá-

la, é possível obter a energia média de u , nomeada por ξ , assim sendo

$$\xi = \int u(\theta) \frac{1}{2} \sin \theta_{cm} d\theta_{cm} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}, \quad (2.26)$$

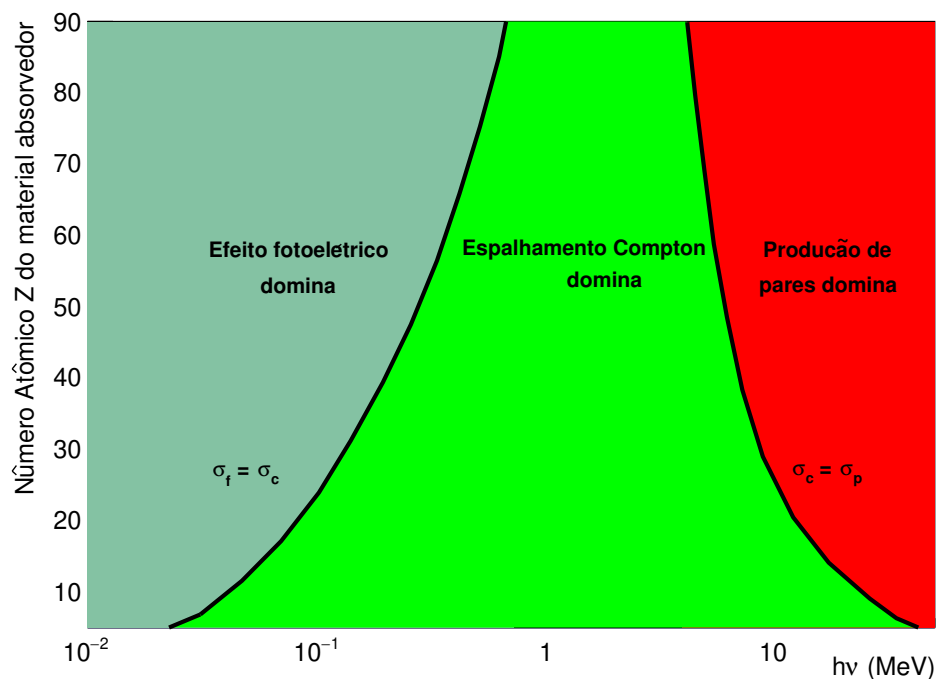
então é possível observar que a Eq. 2.26 fornece a informação de que a média da mudança de letargia ξ depois do espalhamento é constante independentemente de qual seja sua energia inicial. Para um nêutron decair de uma energia inicial E_0 para uma energia final E' é preciso mudar a letargia de $\ln \frac{E_0}{E'}$. Assim o número de interações necessárias n para ocorrer esse decaimento de energia, considerando que a média de letargia por colisão seja ξ , é

$$n = \frac{u}{\xi} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E'}. \quad (2.27)$$

Desse modo vê-se que depois de uma quantidade de interações n , a ponto do nêutron chegar a um nível de energia termal, é possivelmente absorvido e emite radiação gama[10]. Todas as equações mostradas anteriormente foram detalhadas no apêndice A.

A radiação gama emitida da absorção do nêutron pelo núcleo irá interagir com os elétrons dos átomos do cintilador. Essa interação com os elétrons pode resultar em três transferências de energia, que é o espalhamento *compton*, produção de pares e efeito fotoelétrico.

O cintilador usado é o líquido orgânico, chamado EJ-309, com fórmula química $(CH_3)_2C_6H_4$, baseado no solvente xileno, um conjunto dos compostos dimetil benzeno, que tem sua estrutura de anéis de benzeno. Os cintiladores orgânicos são hidrocarbonetos aromáticos, onde sua fórmula química é composta por carbonos e hidrogênio, que são átomos de número atômico $A=12$ e $A=1$ respectivamente[10]. A figura seguinte detalha a predominância dos três tipos de transferência de energia, relacionada à energia da radiação gama em função do número atômico dos átomos do cintilador.

Figura 8 – A importância relativa dos três principais tipos de interação de raios gama

As linhas pretas dividem as áreas de predominância de cada transferência de energia, onde o efeito fotoelétrico tem predominância na região de coloração azul claro, o espalhamento *compton* tem predominância na região verde claro e a produção de pares tem predominância na região vermelha. O eixo das abcissas representa a energia da radiação gama o eixo das ordenadas representa o número atômico do átomo que a radiação gama irá interagir. Fonte: Referência [12].

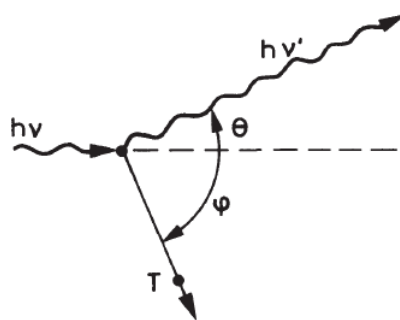
A partir da Fig. 8 é possível observar que o espalhamento *compton* é predominante para átomos de número atômico $A=1$, como o hidrogênio e $A=12$ como o carbono, quase independente da energia incidente, portanto o espalhamento *compton* é visivelmente predominante, onde a faixa de energia tem menor influência na sua predominância, como observado na figura 8. O cintilador EJ-309 tem como suas principais características a eficácia para discriminar nêutrons de alta energia de radiação gama, pontos de alta energia, tem baixa toxicidade química e é compatível com materiais acrílicos. Como as propriedades do cintilador foram definidas e também foi analisado que o espalhamento *Compton* será predominante, a próxima seção terá como objetivo explicar como o gama se propagará no material.

2.7 ESPALHAMENTO COMPTON

A identificação das energia dos gamas no interior do cintilador se dará através do espalhamento Compton. Assim, uma revisão deste efeito se faz necessária.

O espalhamento *compton* é definido como o espalhamento de gamas nos elétrons de ligação mais fracas, ou seja, os da camada de valência. É definido que os elétrons são ligados na matéria, porém se a energia do gama incidente for alta o suficiente, os elétrons podem ser considerados livres[10]. A figura 9 detalha o espalhamento,

Figura 9 – Esquema do espalhamento *compton*



A figura detalha o espalhamento de um gama em um elétron, onde depois da colisão se redireciona em um ângulo θ , e o elétron em um ângulo ϕ . Fonte: Referência [10].

visualizando a figura e aplicando leis de conservação de momento e energia, a relação de energia inicial e final do gama é definida pela equação a seguir, onde todos os cálculos foram detalhados no apêndice B,

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)}, \quad (2.28)$$

de modo que a energia antes do espalhamento do gama é definida como $h\nu$ e a energia depois do espalhamento é $h\nu'$, onde $\gamma = h\nu/m_e c^2$ e c é a velocidade da luz. A fim de se obter a energia mínima de $h\nu'$ analisa-se que quando $\theta = \pi$ esse fato ocorre, no qual a energia mínima de $h\nu'$ é definida por E'_{min} ,

$$E'_{min} = \frac{m_e h\nu}{2h\nu + m_e}, \quad (2.29)$$

assim considerando $c = 1$, e fazendo a conservação de energia, obtém-se

$$E_e = E_0 - E'_{min} \quad (2.30)$$

onde E_e é a energia final do elétron. A energia inicial do gama é definida a partir de agora como $E_0 = h\nu$. Assim, substituindo a Eq. 2.29 na eq. 2.30, obtém-se

$$E_e = \frac{(2E_0 + m_e) - m_e E_0}{2E_0 + m_e} \quad (2.31)$$

assim, através da Eq. 2.31 é possível obter a energia final do elétron:

$$E_e = \frac{2E_0^2}{2E_0 + m_e} = \frac{2E_0^2}{2E_0 + m_e}, \quad (2.32)$$

assim, o elétron terá uma energia final diferente, de acordo com os gamas emitidos por fonte radioativa. Sabendo que E_0 é uma energia inicial conhecida dos gamas provindos das fontes e $m_e = 511keV$ é a massa dos elétrons, é possível obter a energia final do elétron. É observado então que o elétron ao ser excitado pelo gama, terá a informação da energia desse gama de acordo com a Eq. 2.32 e o gama conseqüentemente terá a informação da energia do nêutron. O elétron ao ser excitado pelo gama irá emitir um fóton que irá em direção da janela da PMT, extraíndo um elétron por meio do efeito fotoelétrico, o qual irá gerar um efeito avalanche, descarregando o capacitor da PMT, que dará a informação de uma carga, e essa carga irá ser proporcional a energia do nêutron primário ou do gama primário[10].

3 CALIBRAÇÃO DE UM DETECTOR DE CINTILAÇÃO

Para a utilização dos detectores de cintilação é necessário calibrá-los primeiramente. A calibração é realizada por meio de fontes radioativas de energia conhecida. É necessário saber que as fontes radioativas emitem milhares de nêutrons e/ou gamas por segundo e, como detalhado no capítulo anterior os nêutrons irão interagir com o material de cintilação e serão boa parte absorvidos pelos átomos ali presentes e emitirão gama. Serão usadas três fontes radioativas para calibrar o detector sensível a nêutrons e a gamas, sendo o ^{137}Cs , o ^{22}Na e o ^{252}Cf . As amostras dos isótopos radioativos ^{137}Cs e ^{22}Na emitem milhares de gamas por segundo e, a amostra do ^{252}Cf emite gamas e nêutrons. A seção de propagação de nêutrons foi detalhada especialmente para a fonte do ^{252}Cf , por ser a única que emite nêutrons. É necessário saber que não importa se a fonte emite nêutrons ou gamas, pois se a fonte emite nêutrons primários, eles serão absorvidos e emitirão gamas secundários que irão interagir com os átomos excitando elétrons e, se a fonte emite gamas primários eles irão interagir diretamente com os elétrons, excitando-os da mesma maneira. As cargas das partículas, obtidas pela PMT serão proporcionais à energia média do espectro de energia de cada uma destas fontes radioativas, se as mesmas interagirem em um ângulo π , pois é o ângulo em que o gama transmite sua energia máxima à um elétron, como especificado na seção do espalhamento *compton*.

Para descobrir qual das interações os gamas transferem sua energia máxima é necessário localizar uma região no espectro de carga chamada *compton edge*, ou seja, borda de *compton*, que é a região onde forma um platô.

Como visto anteriormente, os cintiladores orgânicos são compostos por carbono e hidrogênio, conseqüentemente possuem número atômico baixo, assim sua resposta é quase livre de fotopicos, tendo então uma borda de *compton* ampla. Uma das maiores dificuldades que se tem é encontrar esta localização precisa, no qual vários métodos foram

desenvolvidos, porém nem todos são eficazes. O método utilizado nesse projeto é preciso e eficaz, onde utiliza-se uma função pré-definida, que é ajustada sobre o espectro de carga obtido pela PMT[13].

O espectro de carga que o detector gera depois da obtenção dos dados da fonte radioativa é sujeito a várias fontes de incertezas, que são descritas por uma distribuição Gaussiana normal. Os erros presentes são sem correlação, sendo assim, é viável descrever todo o conjunto de efeitos de ampliação com uma Gaussiana, fazendo uma estimativa geral para sua variância, representada por σ . A equação a seguir descreve uma distribuição normal Gaussiana[13], sendo:

$$G(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{E^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (3.1)$$

É definido que uma função resposta real representada por $R(E)$ provém de uma convolução de uma função resposta ideal representada por $r(E)$ e, está localizada dentro de uma distribuição Gaussiana[13]. A função resposta é descrita pela seguinte equação:

$$R(E) = r(E) \otimes G(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(x)G(E-x)dx. \quad (3.2)$$

Observando a Eq. 3.2 é válido lembrar que a derivada de toda função descontínua se comporta como delta de Dirac ou como funções Gaussianas. O modelo representado por uma função de segunda ordem descontínua é um bom modelo para ser ajustado sobre a borda de *compton* ideal[13], sendo representado por:

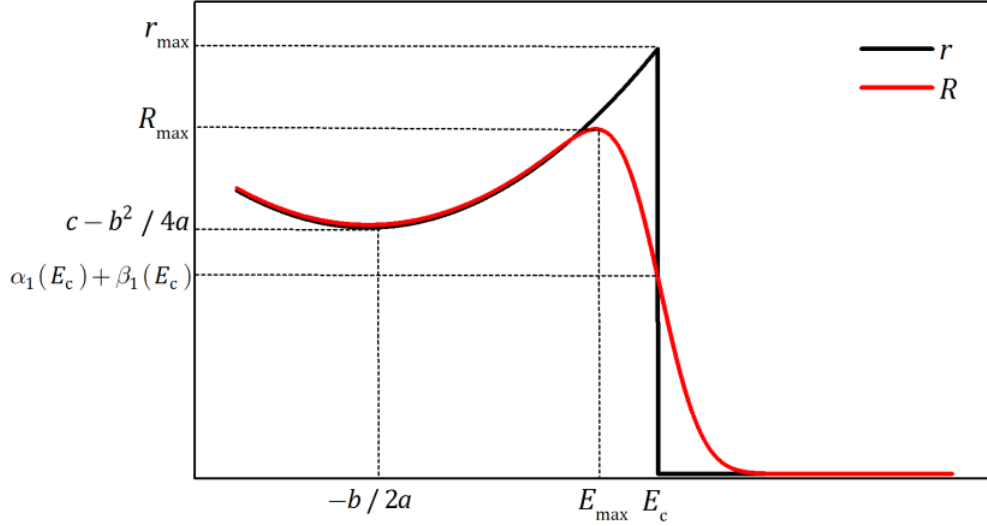
$$r(E) = \begin{cases} aE^2 + bE + c, & E \leq E_c, \\ 0 & E > E_c, \end{cases} \quad (3.3)$$

onde, a é o coeficiente angular, b o linear, c uma constante, E a carga variável e E_c o valor máximo da função. Substituindo o valor máximo E_c na Eq. 3.3, onde $E = E_c$, obtem-se:

$$r_{max} = aE_c^2 + bE_c + c. \quad (3.4)$$

Desse modo é analisado que para um sistema ideal o valor E_c é localizado no ponto máximo da função resposta. A Fig. 10 descreve essas funções [13].

Figura 10 – Gráfico da função resposta linear ideal $r(E)$ e da função resposta real $R(E)$



A função resposta linear ideal $r(E)$ é representada pela curva preta e a função resposta real $R(E)$ é representada pela curva vermelha. Fonte: Referência [13].

Analisando a Fig. 10 é possível observar como cada função se comporta, onde o valor de E_{\max} da função $R(E)$, representa o valor almejado da borda de compton. É observado também que esse valor é próximo do valor de E_C da função $r(E)$. A resolução da Eq. 3.2 é apresentada a seguir:

$$R(E) = \alpha_1 \operatorname{erfc} \left[\frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma} \right] + \beta_1 \exp \left[-\frac{(E - E_c)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (3.5)$$

onde erfc é definido como uma função erro complementar

$$\operatorname{erfc}(E) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^E \exp(-x^2) dx. \quad (3.6)$$

Os Parâmetros α_1 e β_1 são definidos nas seguintes equações,

$$\alpha_1(E) = \frac{1}{2} [a(E^2 + \sigma^2) + bE + c] \quad (3.7)$$

$$\beta_1(E) = \frac{-\sigma}{\sqrt{2\pi}} [a(E + E_c) + b]. \quad (3.8)$$

Com todos esses parâmetros definidos a função $R(E)$ é completamente descrita. Como já mencionado o valor de E_{max} é muito próximo de E_c . O método da derivada é um técnica onde o espectro é derivado e E_{max} torna-se E_{min} , ou seja, o ponto mínimo da função numericamente derivada $R'(E)$. Esse ponto é também muito próximo de E_c , por isso será estudado posteriormente se pode considerar o parâmetro E_c como o valor da borda de *compton*. A equação seguinte apresenta o resultado da diferenciação da da função $R(E)$, onde:

$$R'(E) = \alpha_2 \operatorname{erfc} \left[\frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma} \right] + \beta_2 \exp \left[-\frac{(E - E_c)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (3.9)$$

onde α_2 e β_2 são definidos nas equações a seguir,

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}(2aE + b) \quad (3.10)$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} [a(E_c^2 + 2\sigma^2) + bE_c + c]. \quad (3.11)$$

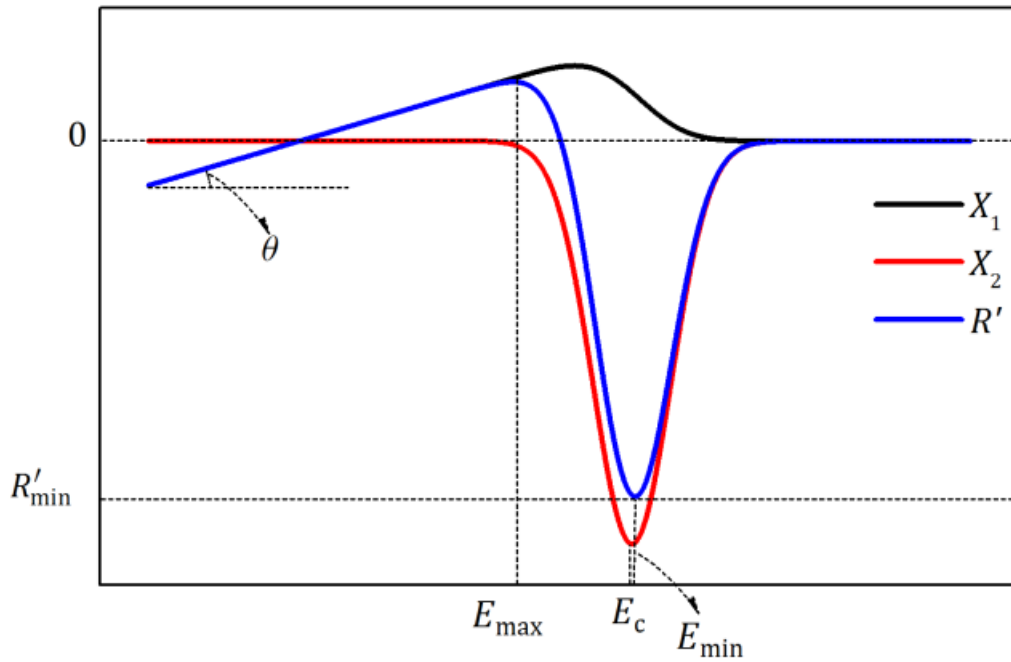
É necessário também realizar as seguintes nomeações dos termos, onde

$$X_1 = \alpha_2 \operatorname{erfc} \left[\frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma} \right] \quad (3.12)$$

$$X_2 = \beta_2 \exp \left[-\frac{(E - E_c)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (3.13)$$

sendo que estas equações foram divididas dessa forma para serem plotadas individualmente e juntas na Fig. 11.

Figura 11 – Funções real e ideal diferenciadas



A curva de coloração preta é governada pela função X_1 , a curva de coloração vermelha pela função X_2 e a curva de coloração azul pela função $R'(E)$, que nada mais é que a soma de $X_1 + X_2$. Fonte: Referência [13].

Portanto como já mencionado, o valor de E_c observando também graficamente é muito próximo de E_c . Ao observar a Fig. 11 vê-se uma constante de inclinação na função X_1 em um ângulo θ que pode ser descrito pela seguinte forma,

$$\theta = a \operatorname{erfc} \left[-\frac{E_c}{\sqrt{2}\sigma} \right]. \quad (3.14)$$

A forma como R' se comporta é governado principalmente por X_2 , esse fato pode ser observado olhando a Fig. 11, porém é possível analisar uma diferença entre o ponto mínimo de ambos, e essa diferença é descrita pela equação a seguir,

$$E_{min} \approx E_c + \frac{b\sigma^2 - \sqrt{2\pi}a\sigma^3}{a(E_c^2 - \sigma^2) + bE_c + c} \quad (3.15)$$

Pela equação anterior é indicado que por esse aumento na variação da gaussiana, e pela diminuição da energia incidente, que o termo de correção é ampliado, no entanto mesmo

assim é mais usual aproximar a borda de *compton* para o mínimo de X_2 [13], sendo então

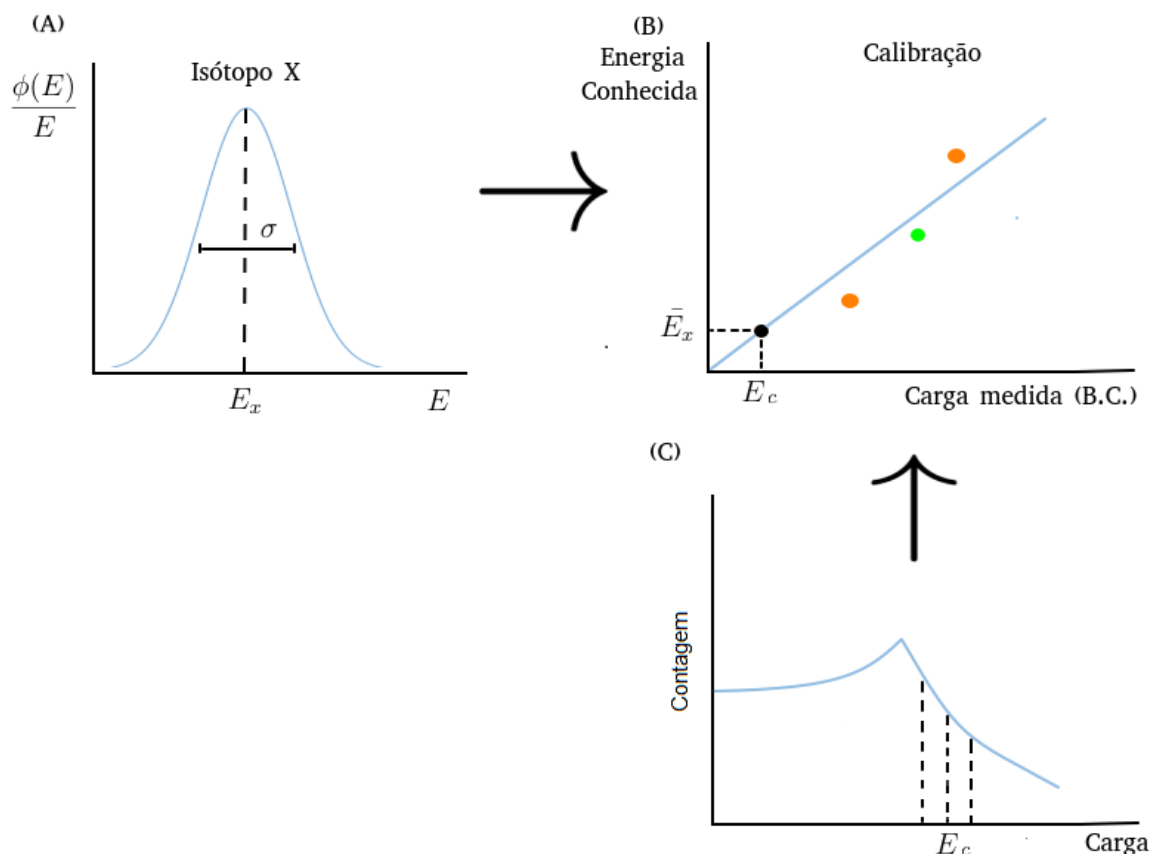
$$E_c \approx E_{min}. \quad (3.16)$$

A aproximação feita é possível de ser aceita porque geralmente a variância $\sigma \sim 1keV$ é muito menor que $E_c \sim 10-100keV$, sendo que devido a esse fato o termo de correção diminui[13]. A obtenção de $R(E)$ e sua diferenciação que foram mostrados nos passos anteriores podem ser observadas em detalhes no apêndice C. No entanto, por mais que a referência [13] detalhada nesta seção utilizou o método da derivada, os métodos computacionais empregados foram eficazes em obter E_c pela Eq. 3.5, que descreve a borda de *compton* do espectro de carga de cada fonte radioativa, sem a necessidade de derivá-lo. Todo esse método da derivada foi descrito a fim de se tornar o entendimento mais didático e mostrar que os meios computacionais facilitam a obtenção do parâmetro desejado.

O intenção de aplicação dessa técnica para obter a carga máxima deslocada (E_c), observada pela PMT, é devido essa ser linear com a energia média do espectro de energia dos nêutrons ou gamas. Quando o detector observa as interações dos nêutrons ou gamas com os átomos do cintilador, o que é detectado e registrado pela PMT é uma carga proveniente das interações que ali ocorrem e não a energia destas partículas, assim é preciso definir que a carga máxima obtida na borda de *compton*, região do espectro de carga que forma um platô, é proporcional a energia média conhecida do espectro de energia da fonte radioativa utilizada. A partir desses dados é possível fazer uma reta de calibração com as três fontes radioativas utilizadas nesse trabalho: ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , onde o eixo das abcissas é representado pela carga obtida na borda de *compton*, que é o local onde representa a carga máxima proveniente das interações, e o eixo das ordenadas é representado pelas energias já conhecidas dessas fontes radioativas. Então vê-se que com a carga encontrada na borda de *compton* do espectro de carga do ^{137}Cs -137 por exemplo, é possível plotá-la no eixo das abcissas e a energia média conhecida do espectro de energia de cada fonte radioativa é plotada no eixo das ordenadas, assim é marcado o primeiro ponto da reta de calibração, e da mesma forma é realizado com as outras fontes radioativas, com isso é possível construir uma reta de calibração. A partir da calibração construída

para cada detector, é possível obter a energia dos nêutrons de fundo que interagem com o detector. A Fig. 12 detalha um diagrama que exemplifica a construção de uma curva de calibração.

Figura 12 – Diagrama da construção de uma curva de calibração



(A) O gráfico detalha o espectro de energia de um isótopo no qual E_x é a energia média representada no eixo das abscissas e o eixo das ordenadas representa fluxo de energia ($\phi(E)$) pela própria energia (E), onde a energia média do isótopo é plotada no eixo das ordenadas do gráfico da calibração. (B) Gráfico da calibração onde o eixo das abscissas é representado pelas cargas obtidas na borda de *compton* (B.C) de cada isótopo, e o eixo das ordenadas como dito é apresentado pela energia média de cada isótopo. (C) Espectro de carga que tem como finalidade encontrar a região onde está presente a carga (E_c) na B.C para ser plotada no eixo da abcissas da reta de calibração. Fonte: Próprio autor.

O detector de nêutrons é colocado dentro do detector SBND (sem a presença de argônio líquido). Ao iniciar o experimento o feixe de neutrinos é disparado em direção ao SBND, assim o detector de nêutrons que está situado dentro do mesmo, como mostra a Fig. 13, obtém os dados das interações. A partir da carga das seções de choque obtidas pelo detector de nêutrons, é possível converter a carga representada pela constante arbitrária

ADC em energia pela reta de calibração. Tendo conhecimento que a energia dos nêutrons que são liberados pela interação dos neutrinos é em média 10MeV é possível estabelecer o ruído de fundos dos nêutrons no SBND. No entanto, é apenas uma explicação para apresentar como a calibração é utilizada, pois estes dados provindos do feixe de neutrinos não foram fornecidos.

Figura 13 – Estrutura interna do detector SBND



Estrutura interior do detector SBND, que será preenchida com argônio líquido para a detecção das partículas do feixe de neutrinos. Fonte: Próprio autor (Foto tirada por Gustavo Valdivieso).

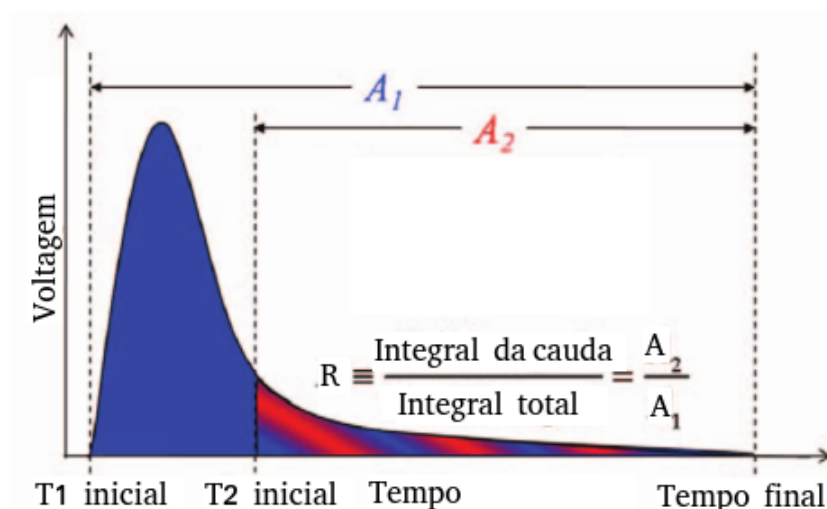
Como já dito anteriormente o detector será calibrado por três fontes radioativas, dentre eles o ^{252}Cf que emite nêutrons e gamas. Devido a este fator será necessário fazer uma discriminação de forma de pulso para o ^{252}Cf , com intuito de diferenciar gamas de nêutrons. Todo o procedimento será detalhado na seção seguinte.

3.1 DISCRIMINAÇÃO DE FORMA DE PULSO

A discriminação de forma de pulso, do inglês *Pulse Shape Discrimination* (PSD) é um método utilizado para diferenciar a forma do pulso das partículas. Quando uma

partícula é observada pelo detector, o que o detector tem como informação é um pulso, descrito por uma função de corrente elétrica em função do tempo, sendo assim, cada partícula tem sua própria forma de pulso [14]. Neste trabalho o método será usado para discriminar os gamas dos nêutrons do ^{252}Cf . A Fig. 14 detalha uma forma de pulso, e o método utilizado para sua discriminação.

Figura 14 – Forma de pulso

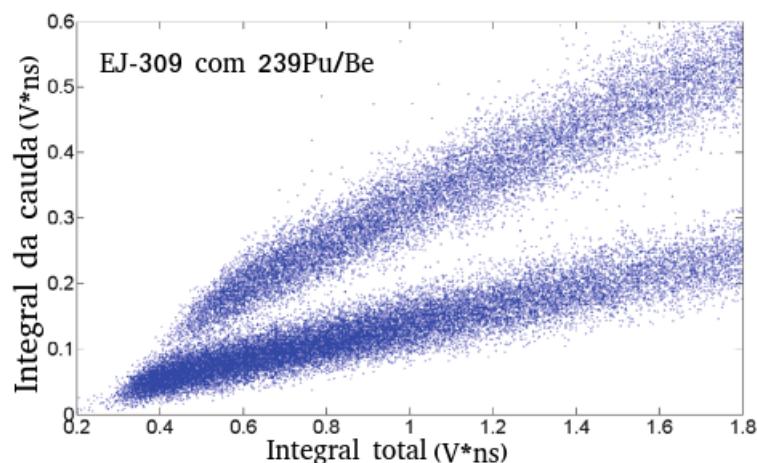


Exemplo de uma forma de pulso resultante da interação de uma partícula, no qual a integral da voltagem em função do tempo resulta em uma carga. A discriminação das partículas é baseada na relação R , que é a divisão da integral da cauda da forma de pulso, definida na figura, pela integral total do pulso. Geralmente os pulsos de nêutrons possuem uma cauda maior, conseqüentemente um R maior do que os pulsos de gama, que é devido a quantidade de luz atrasada dos prótons em comparação com os elétrons. Referência [15]).

A cauda da forma de onda do nêutron é maior que do gama. Assim, observando a Fig. 14 e pelas informações obtidas a seguinte relação é estabelecida:

$$R_{\text{nêutron}} > R_{\text{gama}}, \quad (3.17)$$

onde $R_{\text{nêutron}}$ é a razão entre a integral da cauda e a integral total do nêutron e, R_{gama} é a razão entre a integral da cauda e a integral total do gama, de modo que essa relação fica melhor compreendida analisando a Fig. 15, que representa um gráfico da integral total em função da integral da cauda de interações de gamas e nêutrons provindos da fonte radioativa $^{239}\text{Pu}/\text{Be}$ [14].

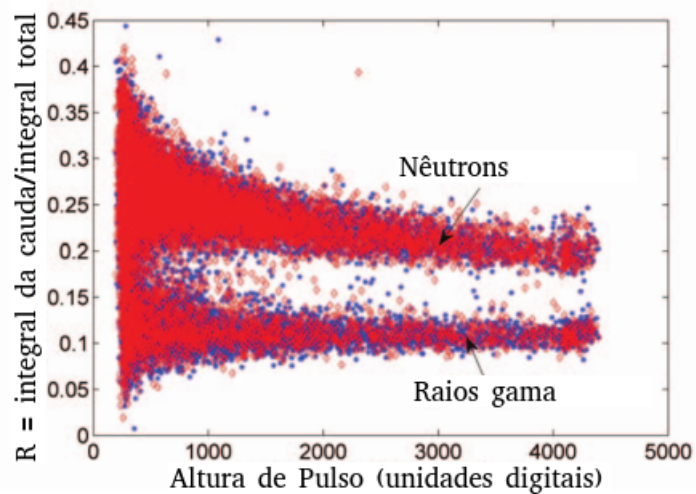
Figura 15 – Exemplo 1 da aplicação do método PSD

Neste exemplo da literatura tem-se a fonte de $^{239}\text{Pu}/\text{Be}$, que tem energia média de 70 keV, no qual cada ponto do gráfico representa a integral total de um pulso em função da integral da cauda do mesmo. A distribuição da parte superior do gráfico são os pulsos que representam interações de nêutrons e os pontos da parte inferior do gráfico são os pulsos que representam interações de gama. Referência [15]).

A partir da Fig. 15 é possível observar a discriminação entre nêutrons e gamas, sendo possível analisar visualmente que os pulsos dos nêutrons tem uma cauda maior que os pulsos dos gamas e, devido a esse fator ocorre a divisão de duas distribuições de pontos. Os nêutrons tem cauda maior que os gamas devido a quantidade de luz atrasada dos prótons em comparação com os elétrons. É importante saber que cada ponto da Fig. 15 representa a integral total da forma de pulso da partícula em função da integral da cauda. No entanto, é necessário estipular qual porcentagem da integral da forma de pulso representará a integral da cauda. Toda forma de pulso tem uma altura, e a porcentagem da cauda será referente a essa altura, no qual sua altura máxima representa 100 %. A partir desta porcentagem é possível estimar então qual será o tempo T_1 e T_2 representado na Fig. 14, para definição da integral da cauda. O melhor método para saber a porcentagem ideal para discriminação é testar várias porcentagens, até realizar a melhor separação possível, como apresenta a Fig. 15. A distribuição da parte superior da Fig. 15 representa os nêutrons e a distribuição da parte inferior representa os gamas. Outra maneira de se observar a discriminação o é analisando um gráfico de altura de pulso em função da taxa R como mostra a Fig. 16 para a fonte de ^{252}Cf [14].

Assim, depois de observar e analisar as Fig. 15 e 16 é possível ver que o método

Figura 16 – Exemplo 2 da aplicação do método PSD



Neste exemplo da literatura tem-se a fonte radioativa ^{252}Cf , que tem como energia média 70 keV, sendo que cada ponto representa um pulso. A partir da figura é possível observar a separação entre nêutrons e gama. Referência [15]).

PSD é eficaz para discriminação de nêutrons e gamas. No Cap. 4 a discriminação será aplicada ao ^{252}Cf , com o intuito de avaliar se seus nêutrons e gamas podem ser utilizados para calibração do detector de cintilação[14].

4 ANÁLISE E CALIBRAÇÃO

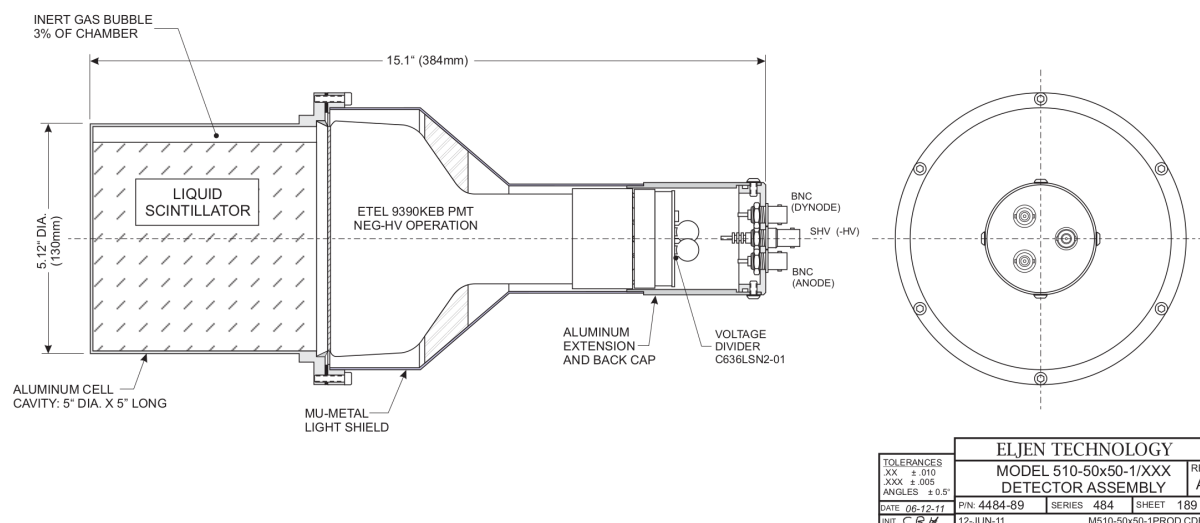
Este capítulo entrará em detalhes sobre todo o processo desenvolvido para se criar uma reta de calibração para os detectores. Algo importante à se lembrar é que todos os dados trabalhados aqui foram fornecidos por colaboradores do Fermilab, portanto nesse trabalho não foi realizado experimento e sim as análises dos dados resultantes. Mas um passo primordial antes de iniciar as análises é entender um pouco sobre a estrutura dos detectores, seus componentes: eletrônicos e líquido cintilador, como ocorrem as interações no mesmo e, como ele registra essas interações, sendo assim todos esses detalhes abordados na próxima seção.

4.1 DETECTOR DE NÊUTRONS E GAMAS

Para começar a explicação é preciso conhecer qual equipamento foi utilizado no experimento: Detector ELJEN Modelo 510-50x50-1. A estrutura completa do detector está apresentada na figura 17, no qual na sua parte superior pode-se ver três cilindros, que identificam partículas individualmente, classificando-os como: Detector 1, 2 e 3. Dentro desses cilindros há um material cintilador, que absorverá as partículas, emitindo cintilação e, esta registrada pelo sistema eletrônico do acoplado aos cilindros. O líquido cintilador que está contido dentro dos cilindros é nomeado de EJ-309 (ELJEN). A Fig. 18 apresenta seu projeto de maneira mais detalhada e a Fig. 19 apresenta como os cilindros são distribuídos em uma seção retangular. O EJ-309 é um material orgânico (composto apenas por hidrogênio e carbono), estando em estado líquido.

O EJ-309 tem um espectro de emissão de luz de cintilação tabelado, como toda a teoria apresentada no Cap. 2.5, na Fig. 20 e uma curva de resposta espectral típica apresentada na Fig. 21. Esses são apresentados com o intuito de detalhar as propriedades do cintilador líquido orgânico EJ-309, apresentando como ele se comporta ao interagir com fótons com variados comprimentos de onda. A curva de resposta espectral típica é

Figura 17 – Detector ELJEN Modelo 510-50x50-1



Desenho de engenharia do detector utilizado. À esquerda, visão da seção reta mostrando o volume de cintilador líquido (EJ-309) em contato óptico com a PMT (ETEL 9390KEB). À direita, vista da base mostrando os contatos da PMT. Fonte: Referência [16].

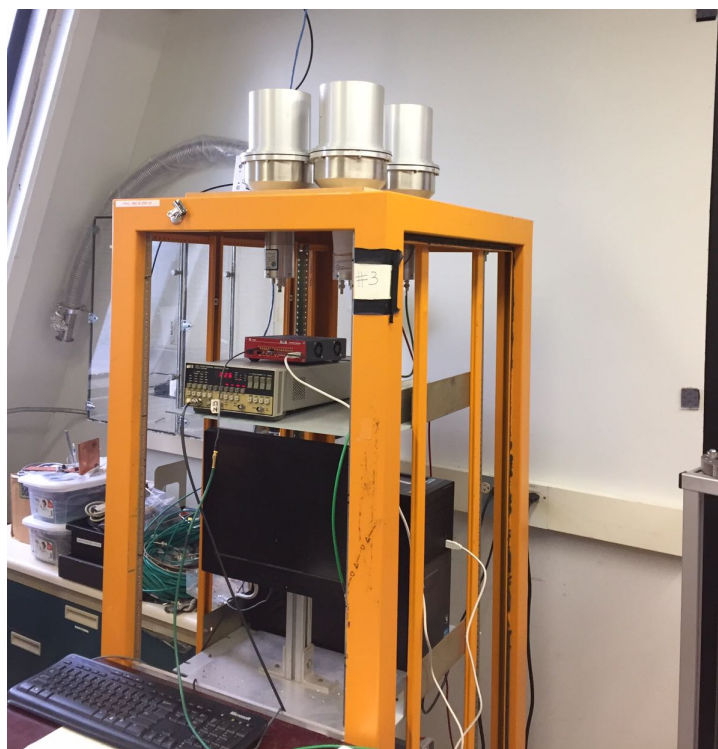
descrita pelo comprimento de onda em função da eficiência quântica material. A eficiência quântica é definida por

$$\eta(\lambda) = \frac{\text{Número de fotoelétrons liberados}}{\text{Número de fótons incidentes}(\lambda)}, \quad (4.1)$$

onde, λ , nessa equação, é o comprimento de onda da luz incidente[10]. Pode-se observar que o cintilador tem sua eficiência quântica máxima quando o comprimento de onda do fóton tem aproximadamente $\lambda = 350 \text{ nm}$.

A calibração dos detectores é realizada para poder posteriormente utilizá-la para caracterizar o bkg de nêutrons gerado pelas interações do feixe de neutrinos com as rochas e estrutura ao redor do SBND. Antes calibrar o detector de cintilação é necessário saber se ele tem a capacidade de registrar interações dos nêutrons provindos do feixe. Os nêutrons liberados da interação do feixe com o caminho até o detector tem energia aproximada de 10 MeV (dado fornecido dos colaboradores do SBND). O primeiro passo é definir sua seção de choque com o EJ-309, que é composto como já mencionado por átomos de carbono e hidrogênio. A Fig. 22 detalha como a seção de choque de nêutrons de diferentes energias varia para o carbono e para o hidrogênio[17].

A partir da Fig. 22 é possível observar que não existe de seção de choque entre nêutrons e

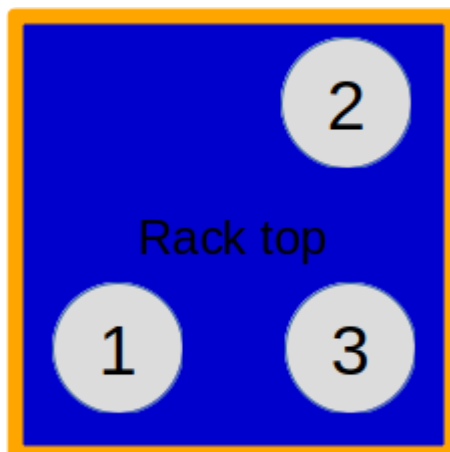
Figura 18 – Detector de cintilação de nêutrons

No equipamento a parte superior contém três cilindros com material cintilador orgânico, onde cada um detecta nêutrons individualmente. Todas as interações obtidas no experimento são transmitidas simultaneamente para o computador mostrado na imagem. Fonte: Próprio autor (Foto tirada por Carla Bonifazi).

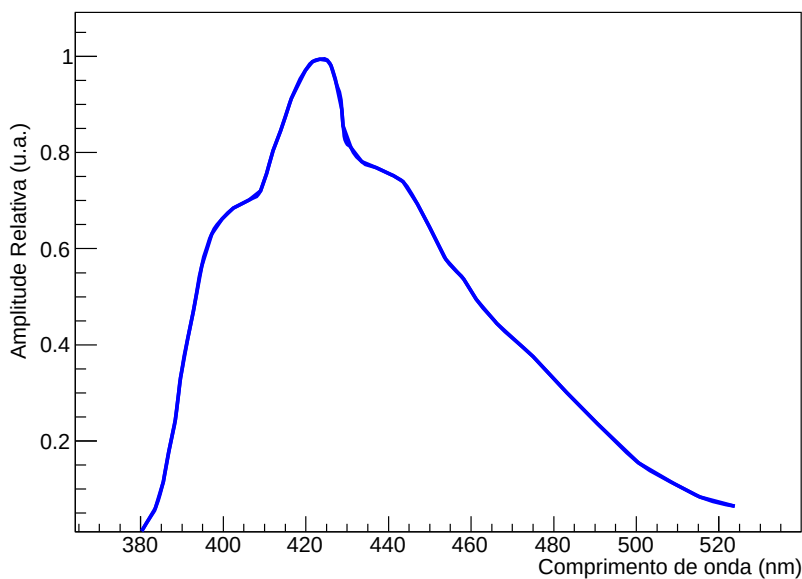
átomos de carbono para energia de 10 MeV, ou seja, é definido que os nêutrons irão interagir elasticamente apenas com o hidrogênio, não tendo então colisão elástica com o carbono, pois os nêutrons com essa energia simplesmente “destroem” o átomo de carbono. Desse ponto em diante é necessário calcular quantos nêutrons irão passar pelo cilindro cintilador sem interagir com nenhum átomo. Esse resultado é obtido através da Eq. 2.12 e da Eq. 2.13. Para obter inicialmente o livre caminho médio é necessário saber que a densidade do material é $\rho = 0,96 \text{ g/cm}^3$ [16], a constante de Avogadro é $N_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ [18]. A massa molar $A = 118,28 \text{ g/mol}$, é obtida através da fórmula química do cintilador orgânico, definida por



onde, C representa o carbono e H o hidrogênio. Por meio do gráfico da Fig. 22 a seção de choque (σ) do hidrogênio com o nêutron, de energia 10 MeV, é encontrada com o valor de

Figura 19 – Vista aérea dos cilindros de cintilação

Os cilindros enumerados representam a maneira como são dispostos e espaçados entre si. Fonte: Próprio autor (foto feita por Carla Bonifazi).

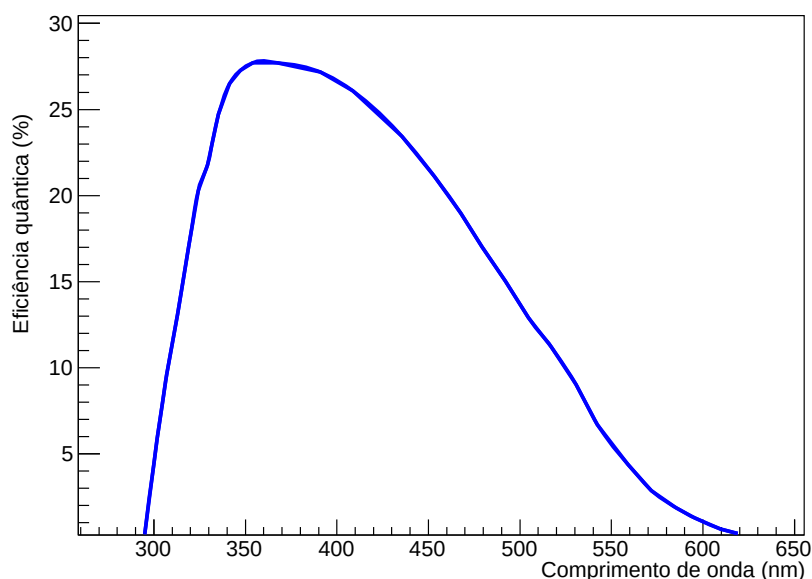
Figura 20 – Espectro de emissão do cintilador EJ-309

Espectro de emissão do EJ-309. O espectro é descrito por comprimento de onda ($\lambda(nm)$) em função da Amplitude relativa (u.a), onde u.a é uma unidade arbitrária. Fonte: Referência [16].

$\sigma = 1barn = 1 \times 10^{-24}cm^2$, sendo assim possível calcular o livre caminho médio (λ) do nêutron no meio cintilador, onde

$$\lambda = 203,81 \text{ cm}, \quad (4.3)$$

Com o valor do livre caminho médio λ é possível estimar a fração de nêutrons que não é absorvida pelo material por meio da Eq. 2.13[10]. Para obter esse valor é necessário saber

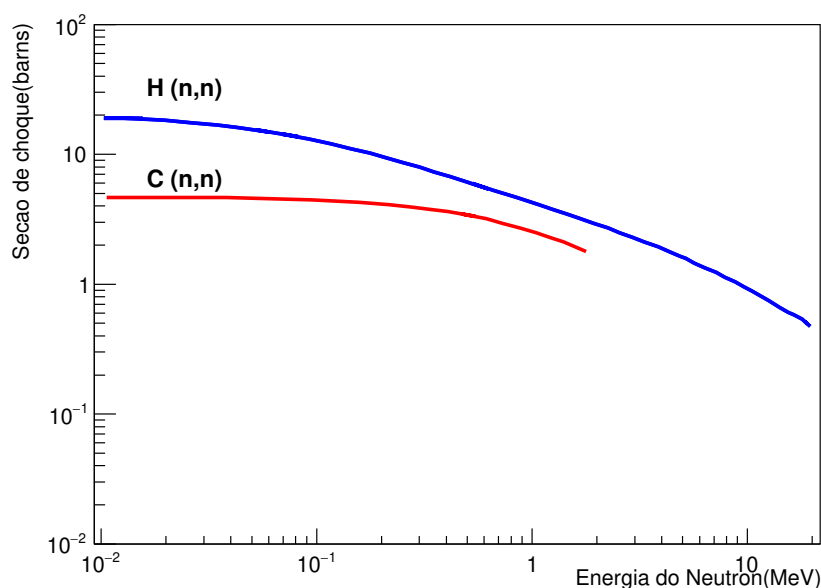
Figura 21 – Curva de resposta espectral típica

Curva espectral típica do EJ-309. A curva é descrita por comprimento de onda (nm) em função da eficiência quântica (%). Referência [16]

também que o diâmetro do cilindro do material cintilador é $x = 13cm$ [19]. Com os valores definidos, a fração de nêutrons que não é absorvida pelo detector é

$$\frac{N}{N_0} = 0,94, \quad (4.4)$$

ou seja, em média 94% dos nêutrons não são absorvidos. Com essa porcentagem, é possível, por exemplo, estabelecer uma relação que se 1 nêutron for detectado, quer dizer que ele representa apenas 6% dos nêutrons que geram o ruído de fundo no SBND, no entanto foi apenas uma explicação complementar, esse estudo como já dito anteriormente não será apresentado. O próximo passo é calcular quantas interações em média são precisas para que os nêutrons decaiam de uma energia de 10 MeV para uma energia de 0,025 eV, que é uma energia termal, onde tem a maior probabilidade de ser absorvido. Ao ser absorvido pelo hidrogênio o mesmo irá emitir radiação gama. A Eq. 2.26 nos dá uma constante $\xi = 1$ para o hidrogênio que tem número atômico $A = 1$. É necessário então apenas substituir

Figura 22 – Seções de choque padrões para nêutrons de alta energia

A linha vermelha representa o carbono, a linha azul representa o Hidrogênio. O eixo das abcissas é comandado pela energia do nêutron que irá interagir com o hidrogênio ou o carbono, e o eixo das ordenadas é comandado pela seção de choque entre um nêutron de certa energia e o carbono ou hidrogênio. Fonte: Referência [17].

esses valores na Eq. 2.27, retornando um resultado de aproximadamente

$$n \approx 20. \quad (4.5)$$

É verificado a partir desse resultado que o nêutron necessita interagir aproximadamente vinte vezes para poder ser absorvido por um átomo de hidrogênio e emitir radiação gama, de modo que essa radiação gama interagirá com os elétrons dos átomos, ejetando-os dos átomos que irá interagir com elétrons de outros átomos, excitando-os e conseqüentemente emitindo cintilação. Esta cintilação como foi dito, é um fóton que irá interagir com a janela da PMT, extrairá um elétron, que irá gerar uma avalanche de elétrons de aproximadamente 10^4 , descarregando o capacitor. Esta carga que representa a avalanche de elétrons representa a carga deslocada da interação de nêutrons e gamas observadas pela PMT, sendo a mesma linearmente proporcional à energia média dessas partículas quando realizam espalhamento *compton* em um ângulo π . A próxima seção entrará em detalhes do processo de calibração do detector de cintilação.

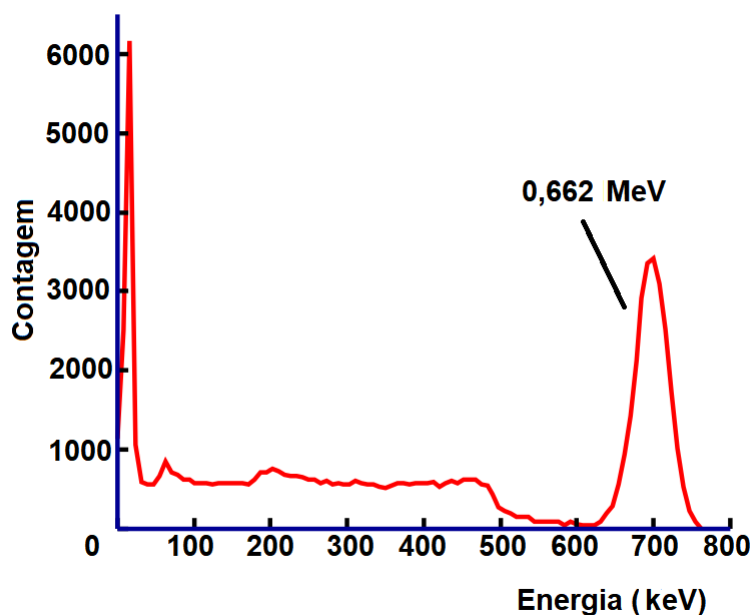
4.2 CALIBRAÇÃO DO DETECTOR DE NÊUTRONS E GAMAS

Antes de iniciar a calibração do detector é necessário saber que milhares de partículas aleatórias irão interagir com o detector, sendo então necessário efetuar a calibração com o intuito de registrar apenas partículas em que se quer estimar o bkg.

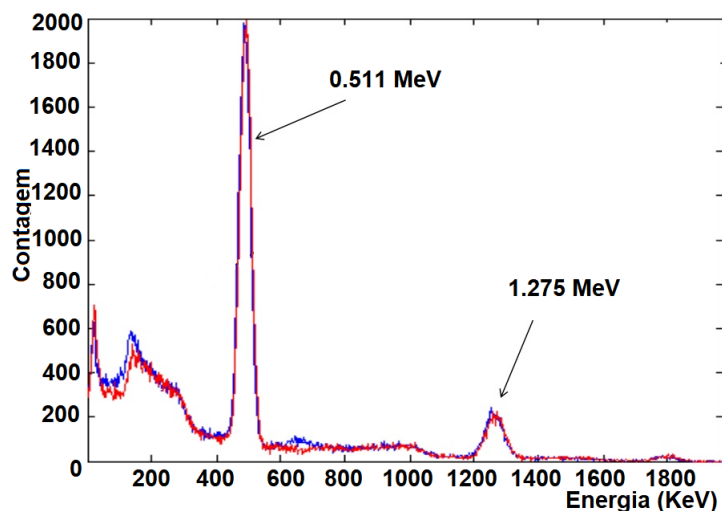
O primeiro passo para criar uma reta de calibração é escolher fontes radioativas de energia conhecida que emitem milhares de partículas (nêutrons e/ou gamas) por segundo. Essa energia conhecida é proporcionalmente linear a carga deslocada observada pelo detector de nêutrons e gamas, quando os gamas primários ou secundários realizam o espalhamento *compton* em um ângulo π , ou seja, sua energia é quase totalmente transferida aos elétrons dos átomos, no qual a carga de deslocamento é registrada pelo detector.

As fontes radioativas escolhidas nesse experimento foram ^{137}Cs , ^{22}Na , e ^{252}Cf . O ^{137}Cs e o ^{22}Na emitem apenas partículas gama e o ^{252}Cf nêutron e gama. A partir do espectro de energia de cada uma dessas fontes é possível obter sua energia média, sendo que essas são proporcionais as cargas observadas pelo detector. As Fig. 23, 24 e 25 apresentam os espectros de energia dos gamas do Cs-22, ^{22}Na e dos gamas e nêutrons do ^{252}Cf .

Figura 23 – Espectro de energia dos gamas ^{137}Cs

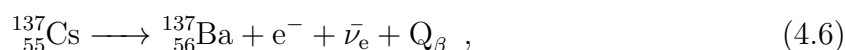


Espectro de energia dos gamas emitidos pelo ^{137}Cs . A energia média do pico do espectro é de $0,662\text{ MeV}$. Referência [20].

Figura 24 – Espectro de energia dos gamas do ^{22}Na 

Espectro de energia dos gamas emitidos pelo ^{22}Na . O ^{22}Na emite dois picos de energia diferentes. A energia média do primeiro pico do espectro é de $0,511\text{ MeV}$ e a energia média do segundo pico do espectro é de $1,275\text{ MeV}$. Fonte: Referência [21]

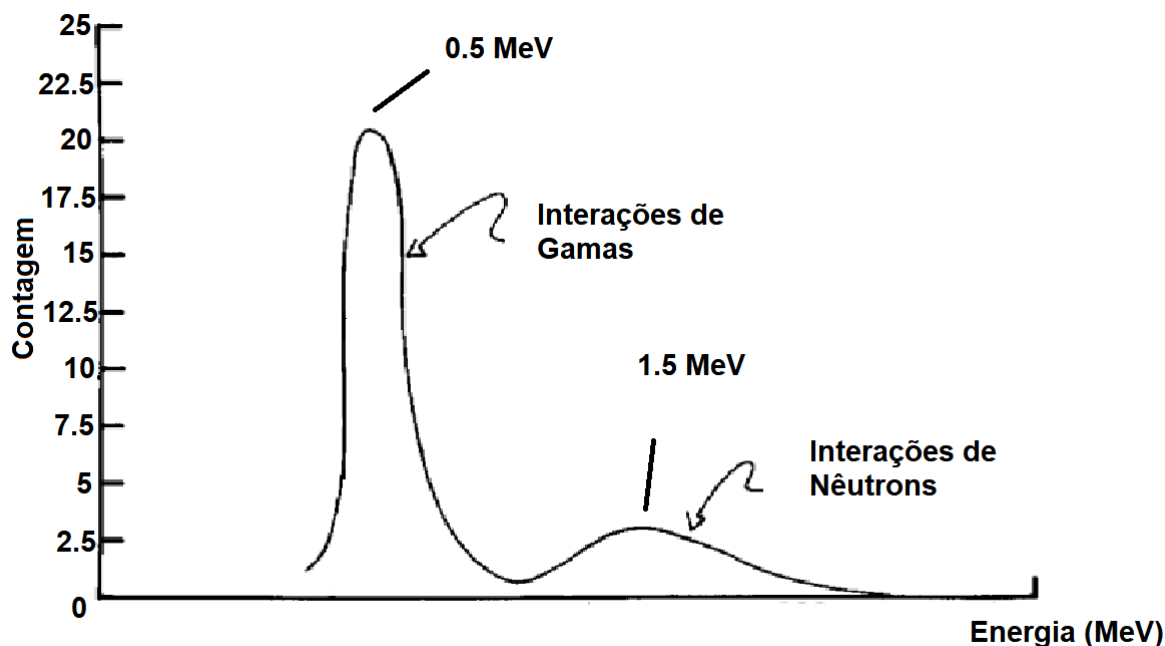
Depois de analisar a Fig. 23 é possível ver que o ^{137}Cs emite partículas gama com energia média de $0,662\text{ MeV}$. No entanto o processo não é tão simples assim, sendo chamado de decaimento beta do cézio-137 em bário-137. A equação de decaimento é representada por:



onde o ^{137}Cs decai em um bário, emitindo um elétron (e^{-}), um antineutrino $\bar{\nu}_e$ e uma energia $Q_{\beta^{-}}$ é dissipada. O decaimento pode ocorrer de duas formas, sendo a primeira com probabilidade de 94,6%, onde o ^{137}Cs decai para o Ba-137m (bário metaestável), com energia do elétron máxima de $0,514\text{ MeV}$. Depois de $2,552\text{ min}$ o bário cai para seu estado fundamental, emitindo um gama de $0,662\text{ MeV}$, que é o gama que será utilizado para calibração do detector. A outra possibilidade de decaimento é quando o ^{137}Cs cai diretamente para o Ba-137 em estado fundamental com energia do elétron máxima de $1,176\text{ MeV}$. A Fig. 26 apresenta o esquema de decaimento do ^{137}Cs [23].

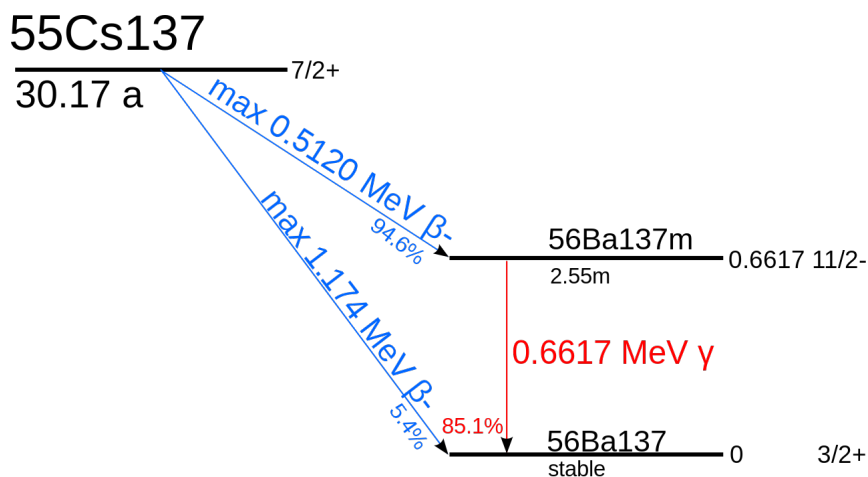
Em relação a Fig. 24 é possível observar que o ^{22}Na emite 2 gamas com energias diferentes. O primeiro gama tem energia de aproximadamente $0,511\text{ MeV}$ e segundo tem energia de aproximadamente $1,275\text{ MeV}$. O decaimento beta do ^{22}Na ocorre como representa a

Figura 25 – Espectro de energia dos gamas e nêutrons do ^{252}Cf



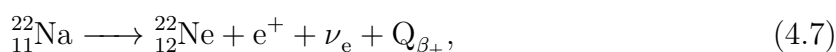
Espectro de energia dos gamas e dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf . O ^{252}Cf emite duas partículas diferentes. A energia média do espectro de energia das partículas gama é de 0,511 MeV e a energia média do espectro de energia dos nêutrons é de 1,5 MeV. Fonte: Referência [22]

Figura 26 – Esquema do decaimento beta β_- do ^{137}Cs em Ba-137



Existem duas possibilidades de decaimento do ^{137}Cs em Ba-137, sendo a primeira com 94,6% de probabilidade e o segundo com 5,4% de probabilidade. Os valores 7/2+, 11/2- e 3/2+ são momentos angulares. Referência [23]

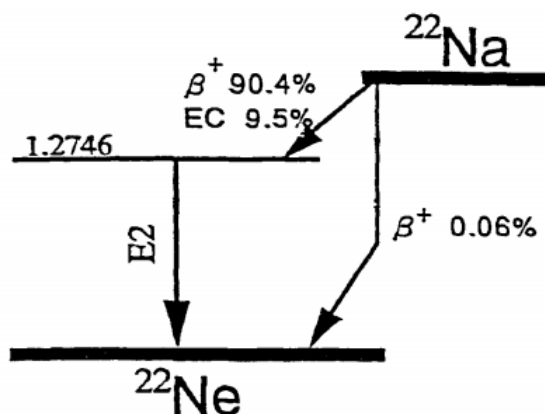
seguinte equação:



O decaimento beta do ^{22}Na pode ocorrer de duas formas também. A primeira forma

é quando ele emite um pósitron (β_+) decaindo para o Ne-22m (metaestável) e, esse conseqüentemente decai para Ne-22 em seu estado fundamental, emitindo um gama de energia de $1,275\text{MeV}$, que é um dos gamas utilizados na calibração. Esse decaimento tem probabilidade de $90,4\%$ de ocorrer. A segunda forma é quando o ^{22}Na decai diretamente para o Ne-22 em seu estado fundamental, tendo probabilidade de $0,06\%$ de ocorrer. O segundo gama é gerado quando o pósitron emite dois gamas de aniquilação, causando a distorção observada no espectro gama. Essa radiação de aniquilação acontece, quando um pósitron, após perder toda a sua energia cinética, interage com um elétron e a matéria é toda convertida em energia, sendo emitidos dois gamas em direções diametralmente opostas de $0,511\text{MeV}$. O esquema de decaimento beta do ^{22}Na é apresentado na Fig. 27[24].

Figura 27 – Esquema do decaimento beta β_- do ^{22}Na em Ne-22

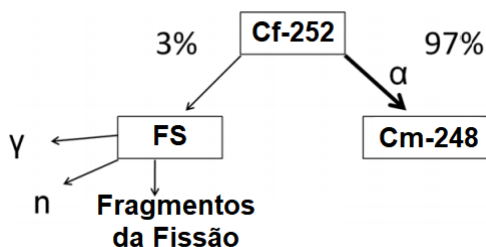


O esquema mostra as duas possibilidades de decaimento do ^{22}Na em Ne-22, sendo a primeira com $94,6\%$ de probabilidade e o segundo com $0,06\%$ de probabilidade. Referência [24]

Por último é necessário entender porque na Fig. 25 do espectro ^{252}Cf , tem dois espectros, um dos gamas e um dos nêutrons. A princípio é essencial explicar que no ^{252}Cf não ocorre decaimento beta e sim fissão espontânea e decaimento alfa (α). A fissão espontânea é um processo em que um núcleo pesado, no caso o ^{252}Cf se divide em dois ou mais “fragmentos”. Todo esse processo não pode ter influência externa. A fissão é o resultado entre a oposição de forças nucleares atrativas e a força de Coulomb, portanto, se a força de Coulomb é repulsiva, quanto mais prótons tem dentro do núcleo, mais os núcleos se tornam instáveis, sendo portanto o caso do ^{252}Cf . O decaimento alfa acontece

quando o núcleo decai emitindo uma partícula α . O decaimento alfa é mais predominante em núcleos pesados como o ^{252}Cf , tendo uma probabilidade de 97% de ocorrer e a fissão espontânea com 3% de probabilidade de ocorrer. Esse fato ocorre porque para uma fissão binária de ^{252}Cf em dois núcleos de In-126 a barreira de Coulomb é de aproximadamente 275MeV , enquanto que para o decaimento alfa do ^{252}Cf para o Cm-248 a barreira de Coulomb é de 35MeV , ou seja, necessita de uma energia menor[25]. A fig. 28 apresenta o esquema com a fissão espontânea e o decaimento alfa.

Figura 28 – Esquema de fissão espontânea e decaimento α do ^{252}Cf



O esquema mostra a fissão espontânea do ^{252}Cf e também seu decaimento alfa, sendo a fissão espontânea com 33% de probabilidade de ocorrer e o decaimento alfa com 97% de probabilidade de ocorrer. Referência [26]

Analisando a Fig. 28 é visto que na Fissão Nuclear (FS) são emitidos os nêutrons e gamas estudados nesse trabalho. Quando acontece portanto a fissão dos núcleos pais, os fragmentos primários provindos da fissão evaporam alguns nêutrons, em média quatro por fissão espontânea do ^{252}Cf . Os fragmentos secundários estão em estados muito excitados e irão emitir gamas. Neste trabalho não serão utilizados os nêutrons do ^{252}Cf , pois seu espectro de energia tem uma variância grande, trazendo grandes incertezas para a energia média dos nêutrons. Portanto com esses entendimentos sobre as fontes radioativas dá para se compreender o intuito de utilizá-las para poder calibrar o detector. O próximo parágrafo detalhará como o detector identifica essas partículas[25].

É importante saber que o detector registra interações dos gamas primários vindo direto da fonte ou gamas secundários, que são emitidos quando um nêutron é absorvido por um núcleo. Se os gamas secundários que foram emitidos da absorção do nêutrons, ou os gamas primários vindo direto da fonte interagir em um ângulo π , a carga observada pela PMT vai ser proporcional a energia média do espectro de energia do nêutron ou gama da

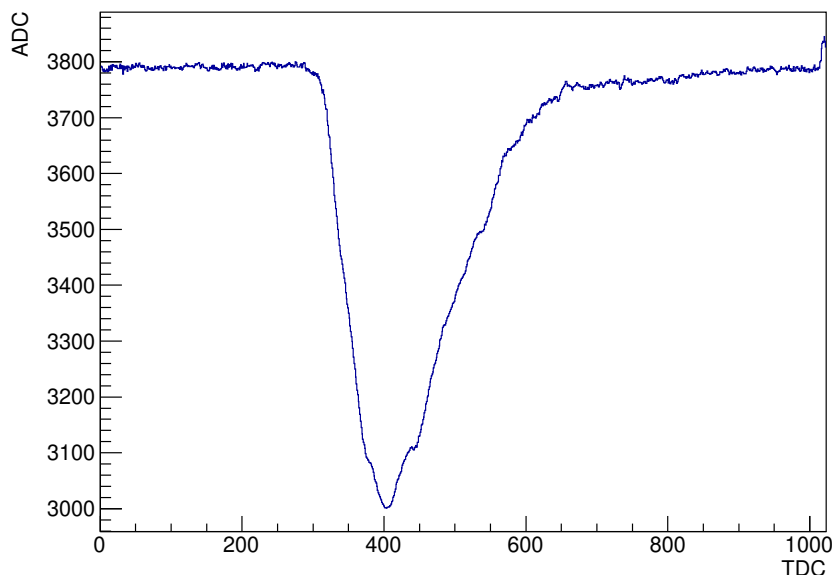
fonte radioativa estudada. Quando um gama interage com o cintilador e conseqüentemente é gerado cintilação, a informação que o aparelho retorna é um gráfico chamado de: forma de onda, onde cada um descreve uma interação. O gráfico é representado no eixo das abcissas pelo nome TDC que é um valor arbitrário proporcional ao tempo e o eixo das ordenadas representado por ADC , um valor arbitrário proporcional a voltagem. As equações que descrevem essa relação podem ser representadas por

$$TDC \propto t, \quad (4.8)$$

$$ADC \propto V = Ri = f(t), \quad (4.9)$$

onde V é a voltagem, R a resistência, i a corrente elétrica e $f(t)$ mostra que voltagem está em função do tempo. Cada interação será representada por um gráfico, que será definido como forma de onda. Todas as análises gráficas e estatísticas realizadas nesse projeto são feitas através do uso da programação científica, por meio da plataforma ROOT, para interpretar todos os dados obtidos no experimento do detector de nêutrons e gamas. A Fig. 29 apresenta uma das formas de ondas obtidas no detector de cintilação como exemplo.

Figura 29 – Forma de onda obtida no detector de cintilação de nêutrons através de seção de choque no detector 1



O eixo *TDC* representa medidas de tempo em unidades arbitrárias e o eixo *ADC* representa medidas de correntes elétricas em unidades arbitrárias. Fonte: Próprio autor.

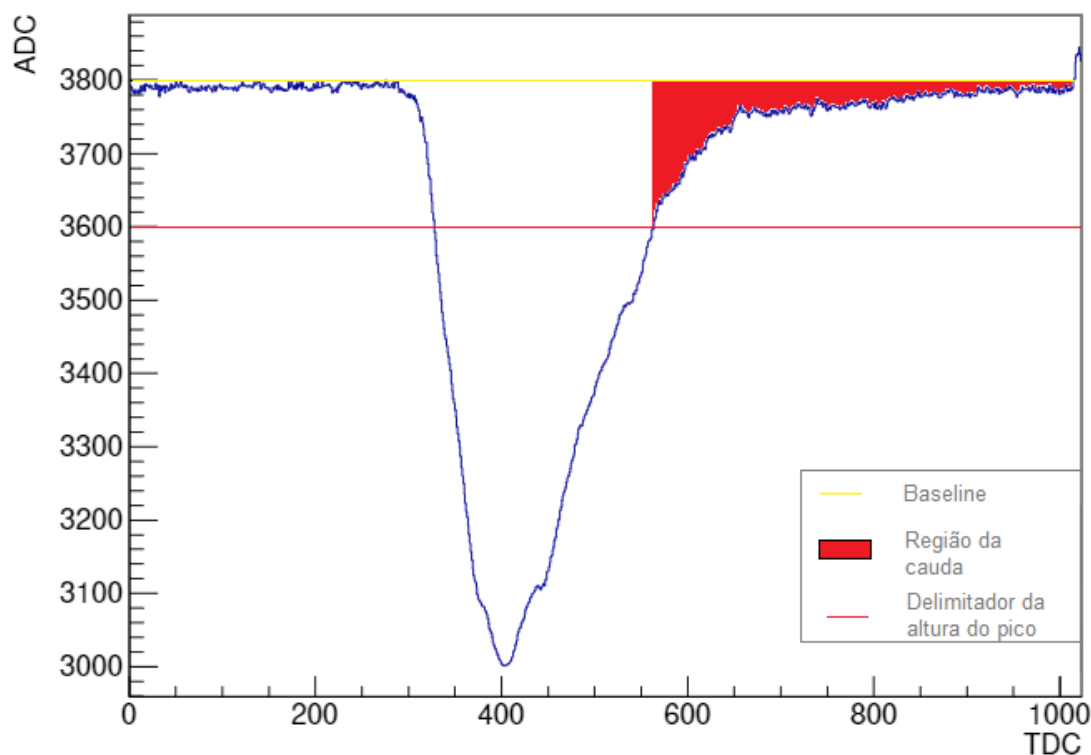
Como já aludido, no experimento os detectores foram expostos a três fontes radioativas: o ^{137}Cs , ^{22}Na e o ^{252}Cf . O ^{137}Cs e o ^{22}Na são fontes radioativas que emitem gama, sendo que o ^{137}Cs emite em uma faixa de energia apenas e o ^{22}Na em 2 faixas de energia. O ^{252}Cf emite nêutron e gama. O espectro de energia dos nêutrons do ^{252}Cf tem um valor médio de energia com erro grande, sendo inviável para calibração. Desta forma é necessário aplicar o método de discriminação de pulso, como explicado no Cap. 3.1, para separar todos os nêutrons e gamas observados pelo detector, para poder criar um espectro de energia apenas para os gamas e a partir deste ponto poder utilizá-lo para calibração. A seção seguinte irá detalhar como o procedimento de separação foi realizado.

4.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DISCRIMINAÇÃO DE PARTÍCULAS

Como explanado no Cap. 3.1, os nêutrons tem uma cauda maior que os gamas. Assim a discriminação pode ser feita, plotando o valor da integral total de cada forma de onda em função da integral da cauda, como é apresentada na Fig. 15. No entanto não é definido o tamanho da cauda a ser utilizada. O tamanho será definido, utilizando porcentagens

variadas, com intuito de escolher a que faz a melhor separação. As porcentagens não são aplicadas ao eixo das abcissas e sim ao eixo das ordenadas, que representa a altura do pulso da forma da onda. As porcentagens variam como uma reta interceptando horizontalmente a altura do pulso, onde a região que sobra do ponto da intercepção do lado direito para frente é considerado a cauda da forma de onda. A Fig. 30 apresenta de maneira didática a forma de onda sendo limitada por essa linha de intercepção, ocorrerá a delimitação da cauda.

Figura 30 – Método de delimitação da cauda da forma de onda



Seleção do tamanho da cauda da forma de onda (local preenchido de vermelho) de maneira explicativa, delimitando uma fração específica referente a altura do pico (linha vermelha). A linha amarela representa a *baseline*, região onde inicia a área da forma de onda. Fonte: Próprio autor.

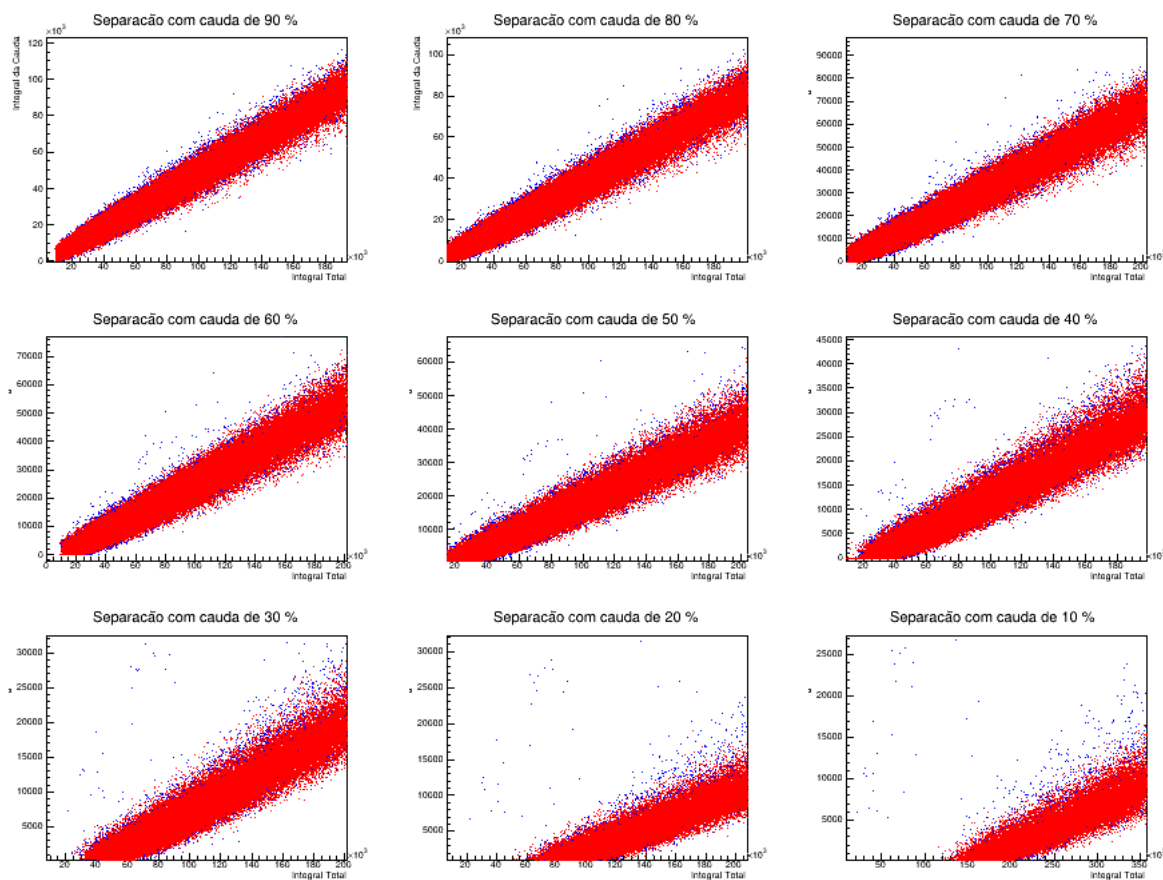
Através da Fig. 30 é possível entender melhor como o método é aplicado, onde é aplicado para os três detectores que obtém dados do ^{252}Cf . As Fig.33, 34, 35 apresentam 9 separações realizadas para cada detector, sendo, que cada uma considera uma porcentagem da altura do pico para seleção cauda em relação a integral total. As porcentagens variam de 10% – 90% da altura do pico da forma de onda. Para a separação ser precisa esse trabalho utilizou mais um método. Para explicar é essencial saber que o bkg quase não

tem presença de nêutrons, pois suas partículas em si é são provindas de raios cósmicos, que possuem uma quantidade pequena de nêutrons em relação a gamas. Portanto faz-se necessário fazer o gráfico das partículas do bkg junto com as do ^{252}Cf , para que o bkg seja um parâmetro de ajuda para separar gamas de nêutrons. Antes de iniciar as separações para todos os detectores, será realizado uma primeira separação teste para o ^{252}Cf no primeiro detector. A região de interesse (Borda de *compton*) do ^{252}Cf apresenta valores de carga (*ADC*) de $(20 - 200) \times 10^3$, no entanto tem-se dados de carga até aproximadamente $ADC = 600 \times 10^3$ para o ^{252}Cf e $ADC = 700 \times 10^3$ para o bkg. Primeiramente será aplicado na região da borda de *compton*, o método de discriminação de forma de pulso para verificar se acontece a separação, conforme apresentado na Fig. 31. De todas as separações a escolhida, de maneira visual, que a melhor separação foi a que a integral cauda representa 30% da integral total. A Fig. 32 apresenta apenas a separação selecionada, utilizando os pontos apenas do ^{252}Cf , ou seja, sem o bkg.

Pela Fig. 32 é possível analisar que a separação não ocorreu para a região da borda de *compton* no detector 1. Para os detectores 2 e 3 o mesmo fato acontece. Por mais que o método não foi eficaz para separação de nêutrons e gamas, o mesmo será aplicado para o espectro inteiro, utilizando valores de *ADC* de até 700×10^3 .

Nas separações, as integrais das formas de onda em função das integrais das caudas das formas de onda do bkg (pontos vermelhos nas Fig.33, 34 e 35) foram plotadas junto às do ^{252}Cf (pontos azuis nas Fig. 33, 34, 35). Considerando que no bkg há mais presença de gamas, é visto que a separação dos gamas e nêutrons é mais visível, onde os gamas do bkg encobrem os gamas do ^{252}Cf . Estima-se que os pontos que não foram cobertos pelo bkg representam os nêutrons do ^{252}Cf . A partir dessa distribuição é possível ajustar de uma reta sobre a distribuição de pontos, com o intuito de separar os nêutrons dos gamas. Assim, analisando as Fig.33, 34, 35 foi escolhida a separação em que a cauda representa 30% da integral total. O próximo passo é plotar uma reta que divida os nêutrons dos gamas. Para estabelecer qual melhor reta ajustada separa os nêutrons dos gamas, considerando a mínima perda possível de gamas, é necessário estabelecer um método estatístico. A função

Figura 31 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 1 na região da borda de *compton*



Cada uma das nove separações são apresentadas, no qual cada uma a cauda apresenta uma porcentagem do total da forma de onda. No eixo das abcissas de cada gráfico é apresentado a integral total da forma de onda e no eixo das ordenadas é apresentada a relação R da integral da cauda pela forma de onda. Os pontos azuis representam os dados do ^{252}Cf , e os pontos vermelhos os dados do bkg. Fonte: Próprio autor.

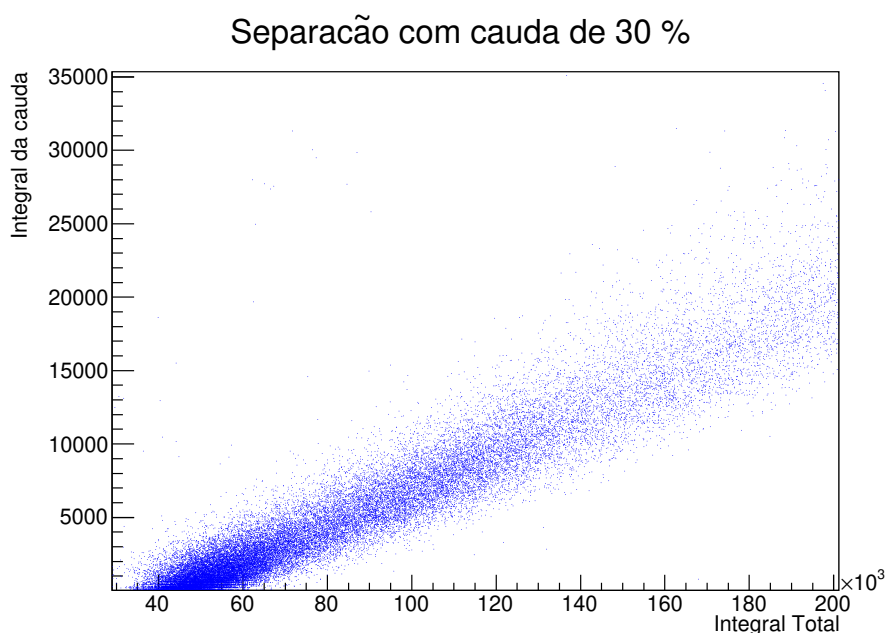
que será aplicada é uma reta, sendo expressa pela equação:

$$y = ax + b, \quad (4.10)$$

onde, y é a função, x a variável, a o coeficiente angular e b o coeficiente linear. É imprescindível estimar o melhor valor para os parâmetros a e b . O método será aplicado sobre a distribuição com a presença do bkg para observar a melhor separação, no entanto as Fig. 36a, 36b e 36c apresentam a separação aplicada apenas às partículas do ^{252}Cf , onde foi estabelecido o melhor ajuste possível.

Com a separação de pulso completa para todo o espectro do ^{252}Cf , é possível

Figura 32 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 1 na região da borda de *compton* utilizando cauda de 30%



A aplicação do método de discriminação de pulso, . Fonte: Próprio autor. Fonte: Próprio autor.

Tabela 1 – Parâmetros obtidos ao realizar o ajuste da separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf do detector 1

$$\begin{array}{l} \overline{\overline{a}} \quad (12233,4 \pm 8,3) \times 10^{-5} \\ \overline{\overline{b}} \quad (1652,3 \pm 9,5) \\ \text{Fonte: Próprio autor.} \end{array}$$

Tabela 2 – Parâmetros obtidos ao realizar o ajuste da separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf do detector 2

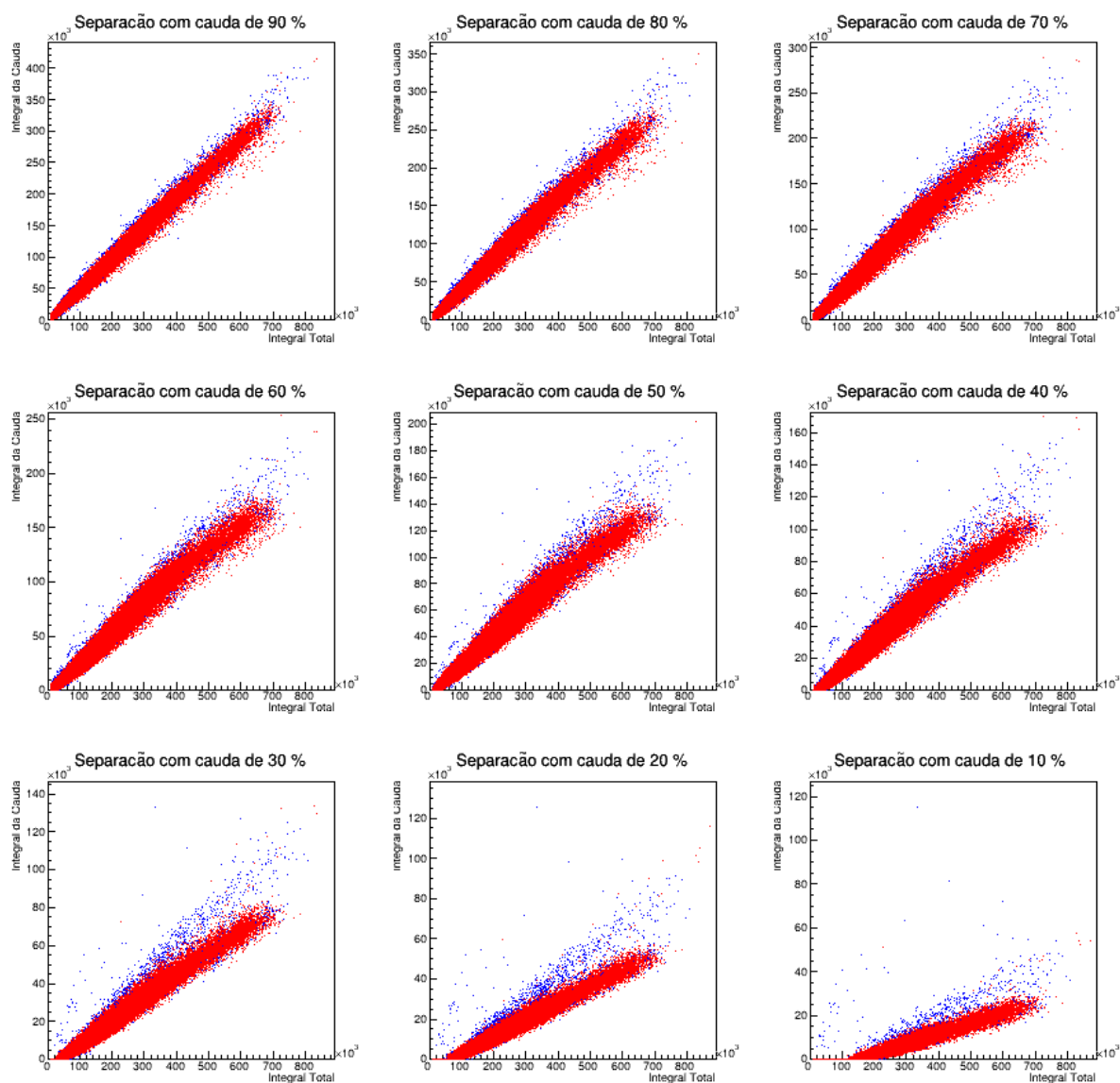
$$\begin{array}{l} \overline{\overline{a}} \quad (13384,5 \pm 8,8) \times 10^{-5} \\ \overline{\overline{b}} \quad 1400,0 \pm 9,2 \\ \text{Fonte: Próprio autor.} \end{array}$$

usar os gamas do mesmo para construir seu espectro de carga, como será realizado com o ^{137}Cs e o ^{22}Na . A partir do espectro é possível obter o valor de E_c (carga da partícula que é proporcionalmente linear à energia média do espectro de energia de cada fonte radioativa) para cada espectro, sendo que o mesmo está localizado na borda de *compton*.

Tabela 3 – Parâmetros obtidos ao realizar o ajuste da separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf do detector 3

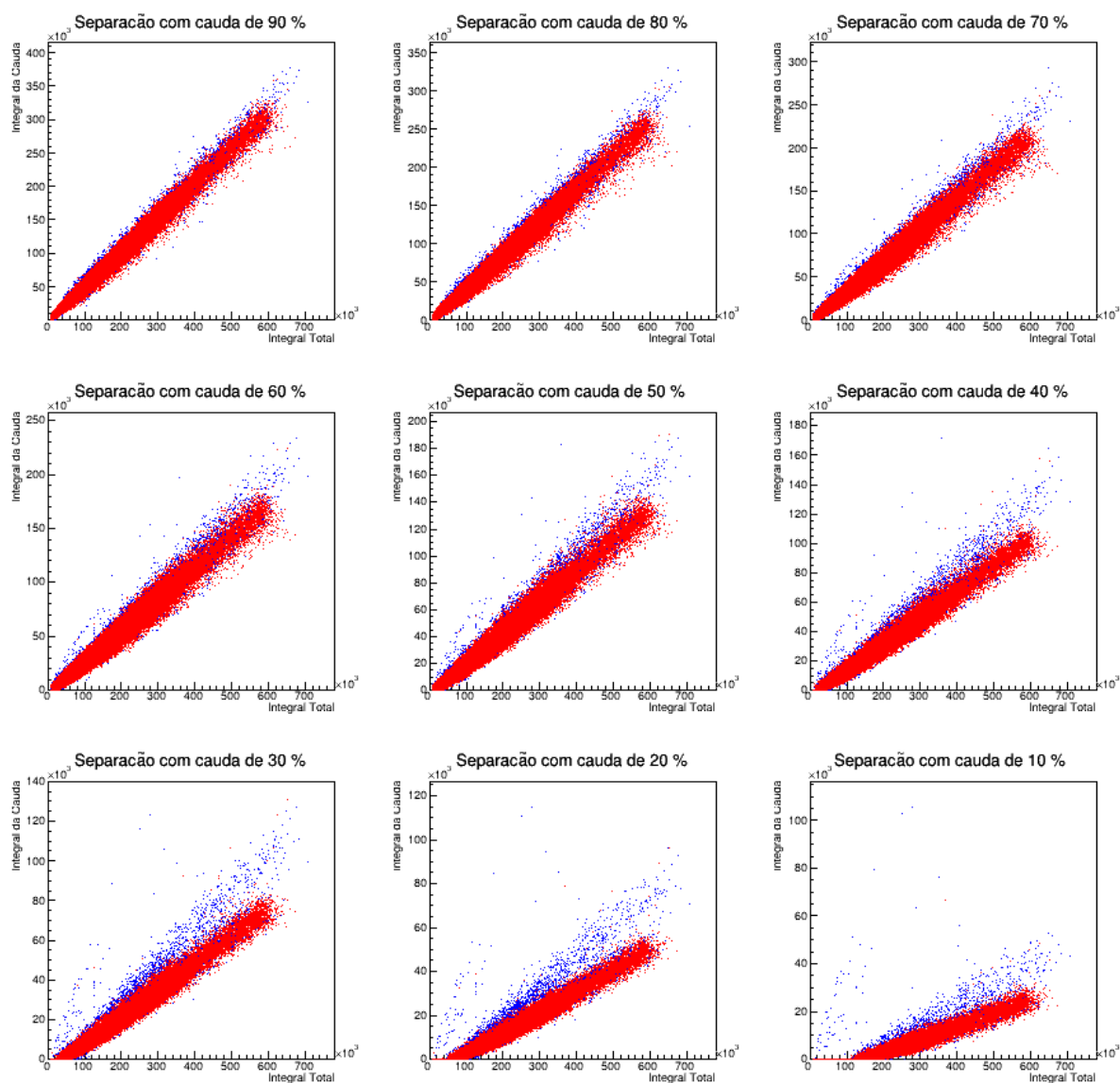
$$\begin{array}{l} \overline{\overline{a}} \quad 1256,3 \pm 1,1 \times 10^{-4} \\ \overline{\overline{b}} \quad (4000,0 \pm 8,6) \times 10^{-1} \\ \text{Fonte: Próprio autor.} \end{array}$$

Figura 33 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 1



Cada uma das nove separações são apresentadas, no qual cada uma a cauda apresenta uma porcentagem do total da forma de onda. No eixo das abcissas de cada gráfico é apresentado a integral total da forma de onda e no eixo das ordenadas é apresentada a relação R da integral da cauda pela forma de onda. Os pontos azuis representam os nêutrons, e os pontos vermelhos os gamas. Fonte: Próprio autor.

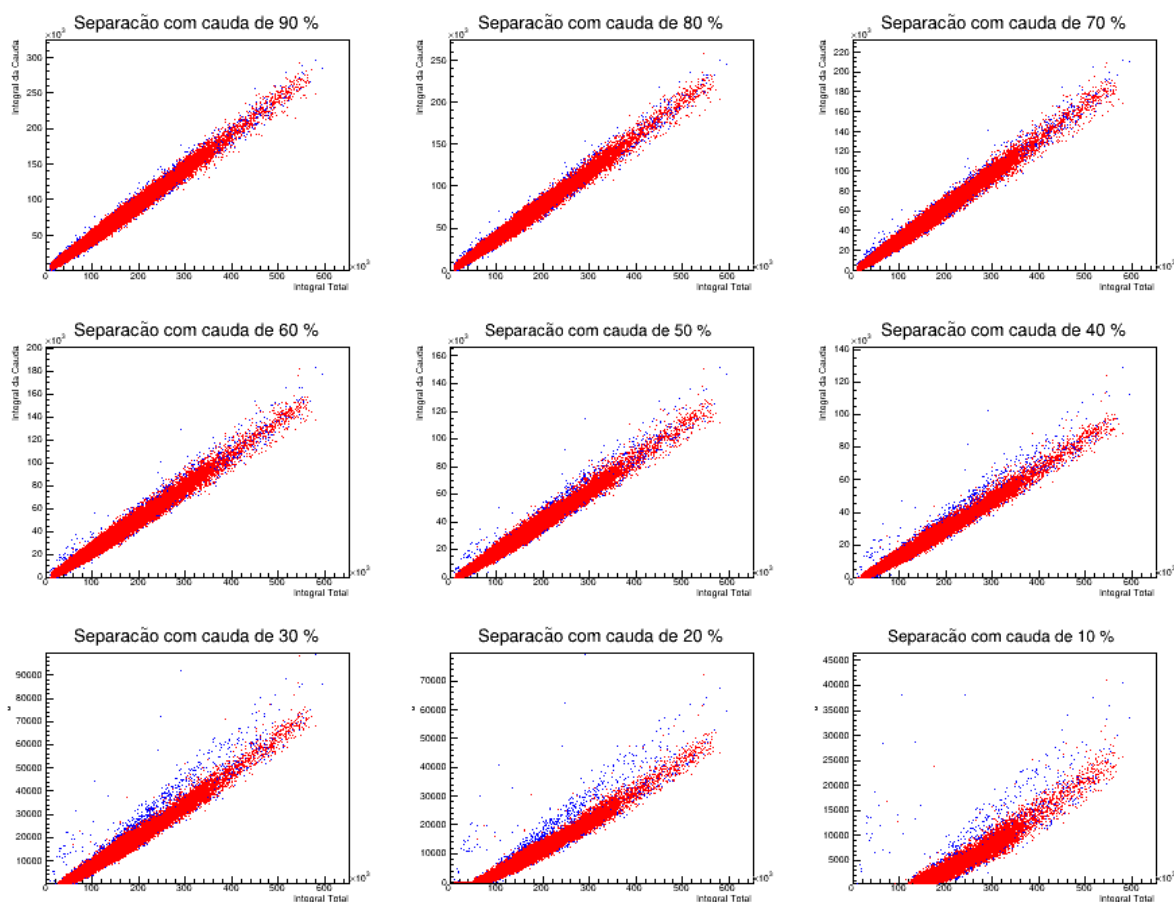
A seção seguinte também terá a função de definir se a borda de *compton* está bem definida, se sim, o valor de E_c encontrado na região será utilizado para calibração, senão, será descartada a fonte radioativa referente ao espectro. Como a separação na região da borda de *compton* não foi efetiva para o ^{252}Cf , provavelmente o espectro não apresentará a borda bem definida, no entanto o espectro será exibido, para que se desenvolva análises sobre o mesmos. Os gamas do ^{252}Cf são de aniquilação como os gamas de aniquilação do ^{22}Na ,

Figura 34 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 2

Cada uma das nove separações são apresentadas, no qual cada uma a cauda apresenta uma porcentagem do total da forma de onda. No eixo das abcissas de cada gráfico é apresentado a integral total da forma de onda e no eixo das ordenadas é apresentada a relação R da integral da cauda pela forma de onda. Os pontos azuis representam os nêutrons, e os pontos vermelhos os gamas. Fonte: Próprio autor..

portanto, se for possível obter um valor aproximado ao valor de E_c do ^{22}Na , valor de E_c o ^{252}Cf ainda pode ser utilizado para a calibração. Todas essas análises serão desenvolvidas na seção seguinte.

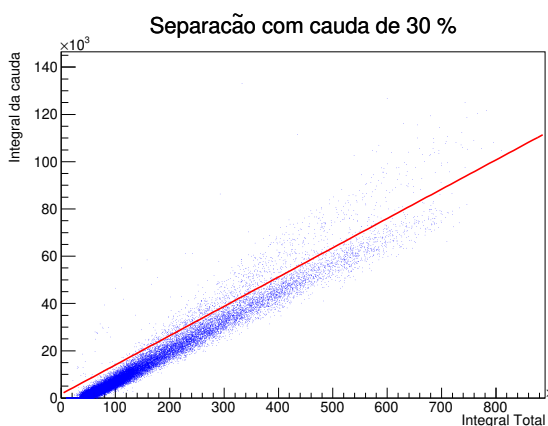
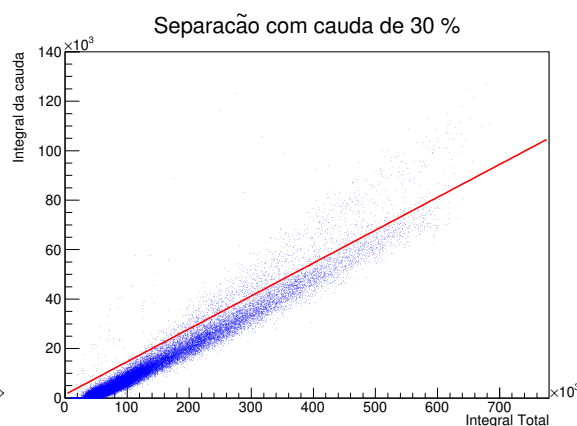
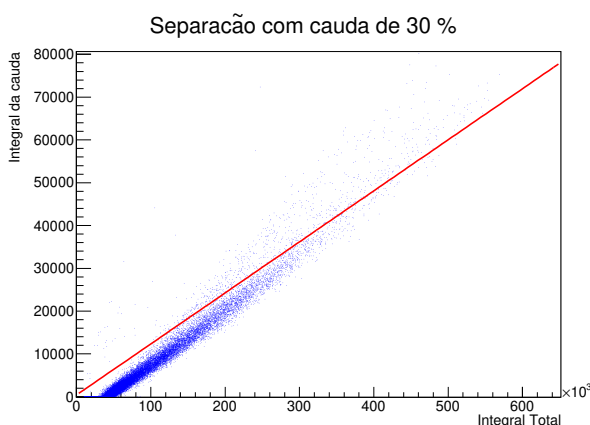
Figura 35 – Separação das partículas gamas dos nêutrons emitidos pelo ^{252}Cf no detector 3



Cada uma das nove separações são apresentadas, no qual cada uma a cauda apresenta uma porcentagem do total da forma de onda. No eixo das abcissas de cada gráfico é apresentado a integral total da forma de onda e no eixo das ordenados é apresentada a relação R da integral da cauda pela forma de onda. Os pontos azuis representam os nêutrons, e os pontos vermelhos os gamas. Fonte: Próprio autor.

4.4 ESPECTRO DE CARGA DAS FONTES RADIOATIVAS

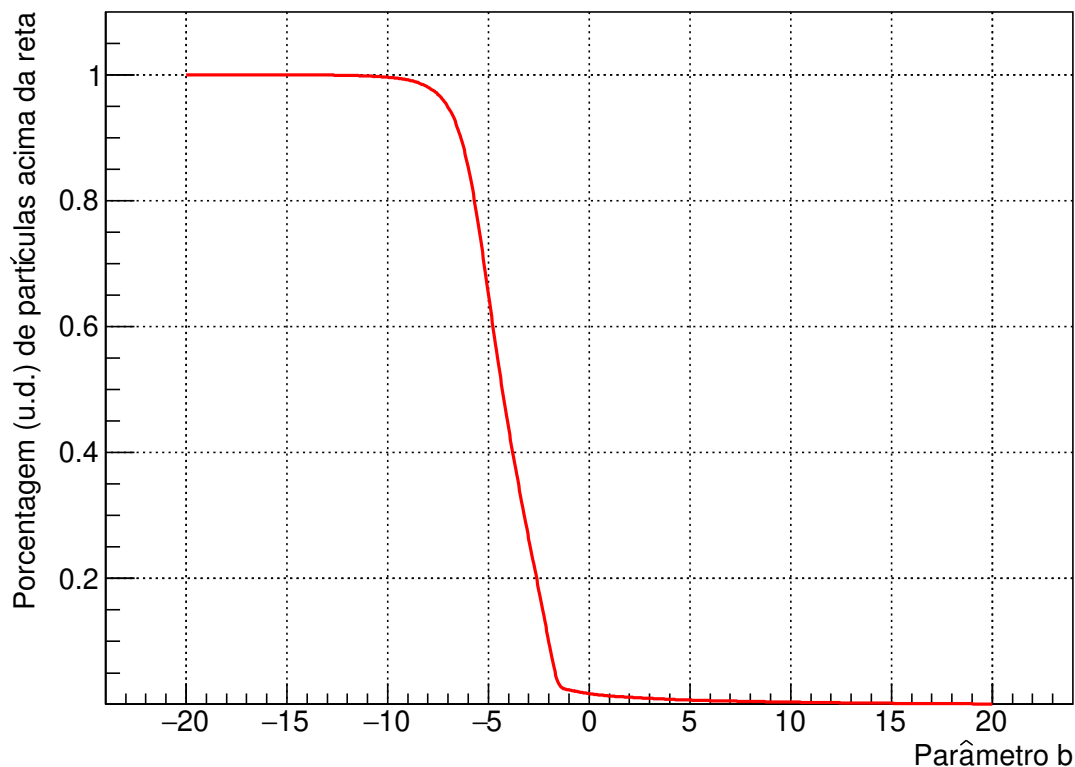
Esta seção apresentará os espectros de cargas de cada fonte. Mas antes disto é importante elucidar que além das partículas provenientes das fontes radioativas existem também as partículas do *bkg*, chamadas partículas de fundo. As partículas de fundo são partículas que não emanam das fontes, podendo vir por exemplo do espaço, ou de qualquer interação aleatória que esteja acontecendo no local. Com a interação dessas partículas com os detectores, são obtidos formas de ondas, onde cada uma representa a interação de uma partícula. É preciso integrar cada formas de onda em função do tempo, para obter um valor arbitrário de carga. Ao plotar cada uma dessas cargas em um histograma é

Figura 36 – Separação dos gamas-nêutrons do ^{252}Cf para os detectores 1,2 e 3**(a)** Separação - Detector 1**(b)** Separação - Detector 2**(c)** Separação - Detector 3

A aplicação do método de discriminação de pulso. As partículas acima da reta foram separadas por conterem maior cauda, o que representa uma maior probabilidade de serem nêutrons, sendo assim separados dos gamas que estão na parte inferior da reta. Fonte: Próprio autor.

gerado espectros de carga do bkg para cada detector. Para obter medidas de carga das partículas do bkg é necessário colocar os detectores para tomarem medidas por um certo tempo sem exposição à nenhuma fonte radioativa, sendo exposto apenas ao ambiente do dia a dia do laboratório. Depois dessas medidas tomadas, os detectores são expostos as fontes fontes radioativas também, sendo elas: ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf como já reportado. Ao registrar interações de partículas das três fontes é registrado também as partículas de fundo. Por esse motivo as partículas de fundo são registradas separadamente, para poder construir o espectro de carga para o bkg, para que posteriormente possa subtraí-lo do espectro dos gamas provindos das fontes, retirando assim o conhecido ruído de fundo. Esse procedimento é necessário pois a calibração deve ser feita apenas com partículas gamas vindas das fontes. No início desse capítulo foi mencionado que o experimento é realizado

Figura 37 – Parâmetro $b/1000$ em função da porcentagem de partículas acima da reta para os nêutrons e gamas para os detector 1,2 e 3



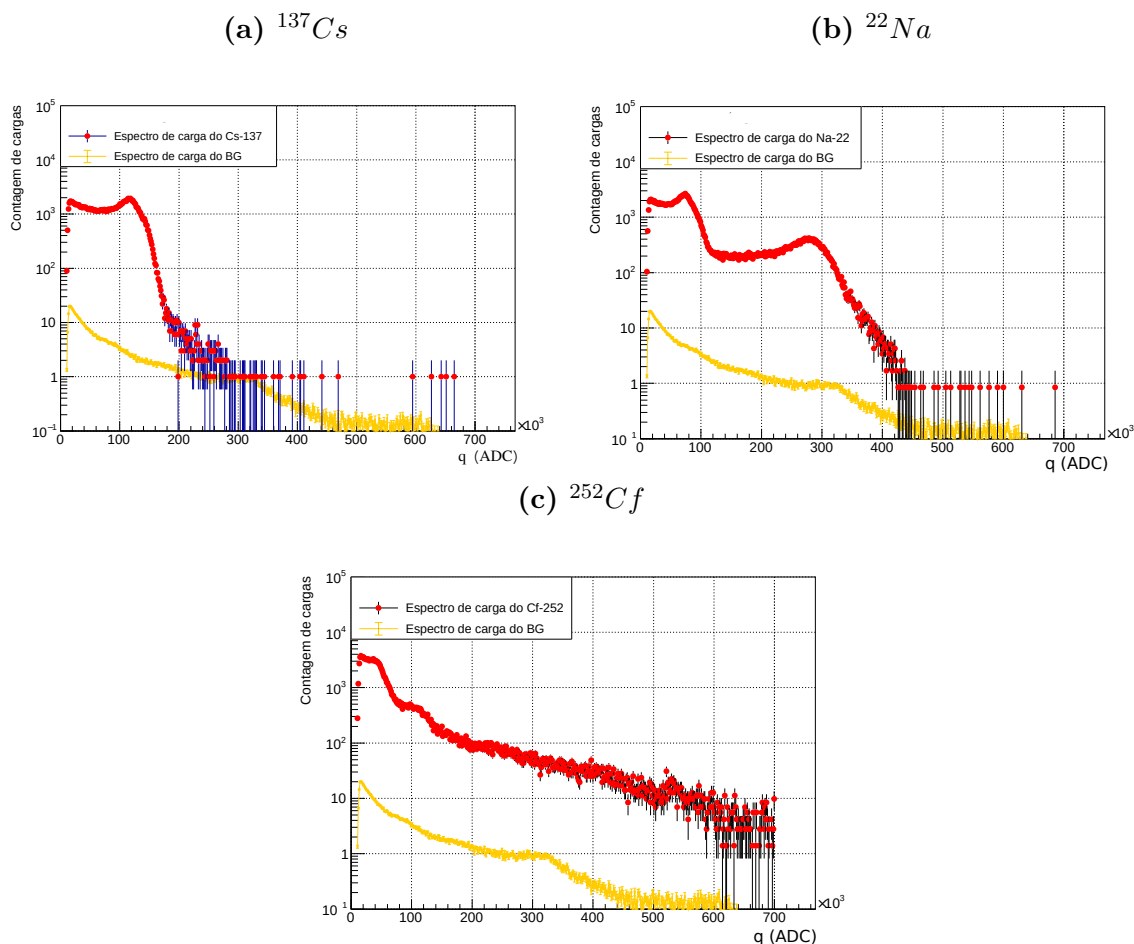
O eixo das abcissas da CDF é representado pelo parâmetro $b/1000$ e o eixo das abcissas a porcentagem em unidades decimais de partículas acima da reta. Fonte: Próprio autor.

em três cilindros cintiladores diferentes, onde cada um é considerado um detector. Cada detector observa uma quantidade de formas de ondas de maneira individual para o ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf . Para a fonte de ^{137}Cs os 3 detectores identificaram a mesma quantidade de formas de onda, sendo 541300, para o ^{22}Na foram 631343 formas de onda e para o ^{252}Cf 384238 formas de onda. A quantidade de interações observadas da fonte de ^{137}Cs é a mesma para cada detector, da mesma forma com o ^{22}Na e ^{252}Cf . Isso acontece porque quando, por exemplo, o detector 1 registra uma interação os outros três também registram a contagem de uma interação. A diferença é que enquanto o detector que realmente registrou a interação registra uma forma de onda, os outros três irão registrar um ruído. A partir desta contagem total de formas de onda, de cada fonte, para cada detector, apenas 33% delas então são utilizáveis.

Com os dados de cada interação de partículas, representada por valores arbitrários

de carga (ADC), será construído então um espectro de carga para cada uma das fontes radioativas e também para o bkg. O espectro do bkg será feito no mesmo histograma que as fontes radioativas, com o intuito de subtraí-lo posteriormente. No entanto, os detectores foram expostos ao ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf em tempos diferentes, pois sendo assim necessário normalizá-los todos para uma hora. O tempo de exposição foi diferente pois quando o experimento é realizado o prédio do SBND tem que ser evacuado, devido as fontes emitirem radiação, que torna o ambiente insalubre. Pelo fato de que o prédio deve ser evacuado imediatamente após expor as fontes ao ambiente, registrar esse tempo precisamente é complicado. O tempo do experimento não foi registrado, mas sabe-se a frequência do detector, que foi de de 150hz . Com o numero de partículas detectadas, basta dividir essa quantidade pela frequência e transformá-la em unidade de horas para obter esse tempo. Os dados do bkg foram registrados em um tempo diferente, no entanto não tem sua frequência como se tem das fontes. No entanto é possível estimar que o detector ficou cerca de um dia exposto às partículas de fundo e, quando fica tanto tempo assim é visto que partículas com baixas probabilidades de detecção e raras são detectadas. Assim, o bkg é convertido em uma escala relativa ao tempo em que se detecta partículas com maior probabilidade de detecção e não raras. A seguir, portanto, é exibido o espectro de carga de cada fonte radioativa junto com o bkg de cada detector nas Fig. 38a,38b, 38c, 39a,39b, 39c, 40a, 40b, 40c. Nesses espectros já é apresentado a conversão de tempo, onde todos se encontram na escala de 1hr .

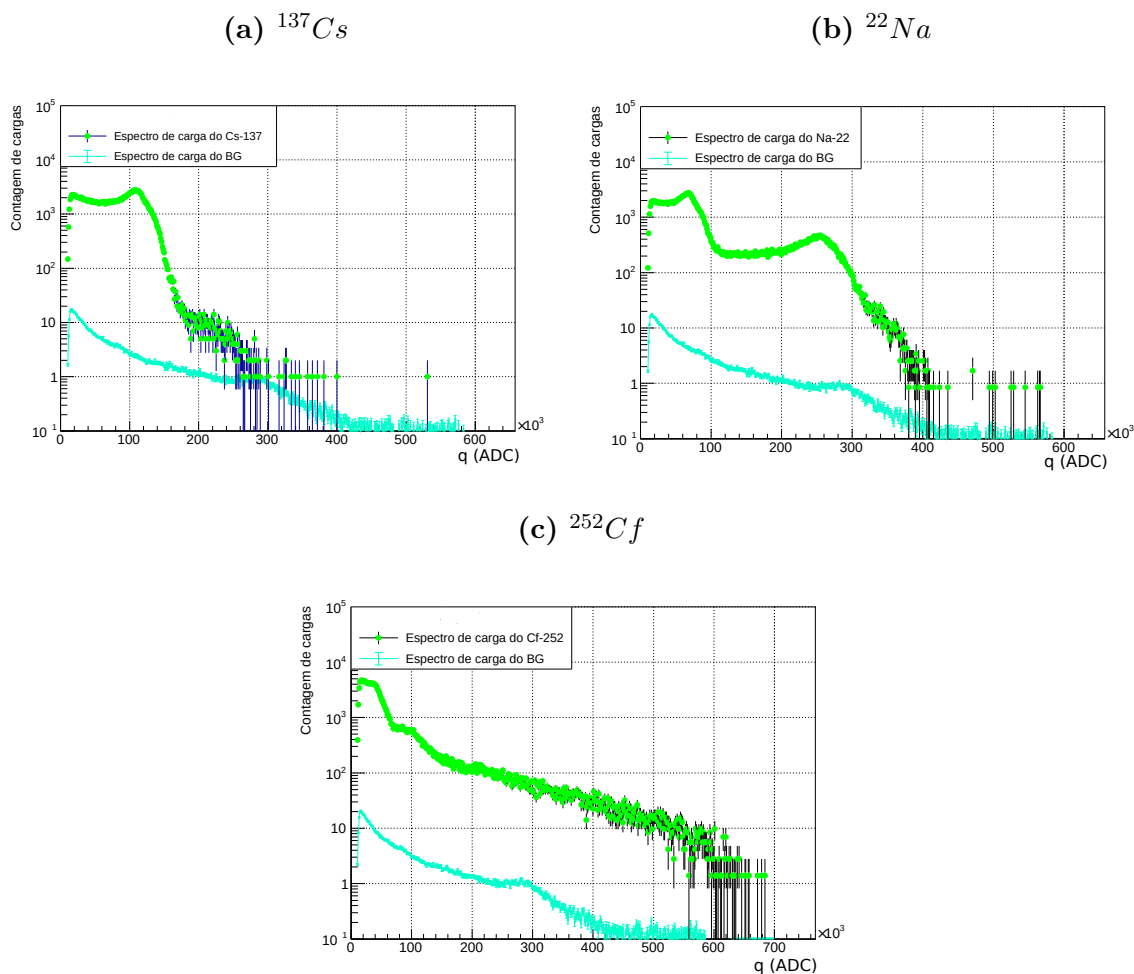
Com os espectros de carga das fontes e do bkg apresentados é analisado que o bkg apresenta uma quantidade bem inferior de partículas quando comparado às emissões das fontes. No entanto mesmo que o espectro apresenta uma quantidade pequena ele deve ser subtraído para encontrar o real espectro de carga para o ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf . Com o real espectro de cada fonte para cada detector, é possível analisar se os mesmos apresentam borda de *compton* bem definida, onde dá para fazer os ajustes para obter qual carga é linearmente proporcional a energia média dos gamas emitidos pelas fontes. As Fig. 41a, 41b, 41c, 42a, 42b, 42c, 43a, 43b e 40c detalham os espectros de cada fonte já com bkg extraído.

Figura 38 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 1

Espectros de carga do ^{137}Cs , ^{22}Na , ^{252}Cf , e do bkg no detector 1. A curva de coloração verde-água representa o espectro do bkg e a de coloração verde a dos espectros das fontes radioativas. O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

Através da análise dos espectros de carga de o ^{137}Cs e do ^{22}Na é possível observar as regiões da borda de *compton* bem definida, mas ao observar os espectros do ^{252}Cf não obtém-se a mesma conclusão. Por mais que foi dito que não seria aplicado o método da derivada, o mesmo será aplicado apenas à fonte do ^{252}Cf para se confirmar se realmente o ^{252}Cf não se aplicará à calibração. As fig. 44a, 44c e 44b apresentam o espectro do ^{252}Cf derivado.

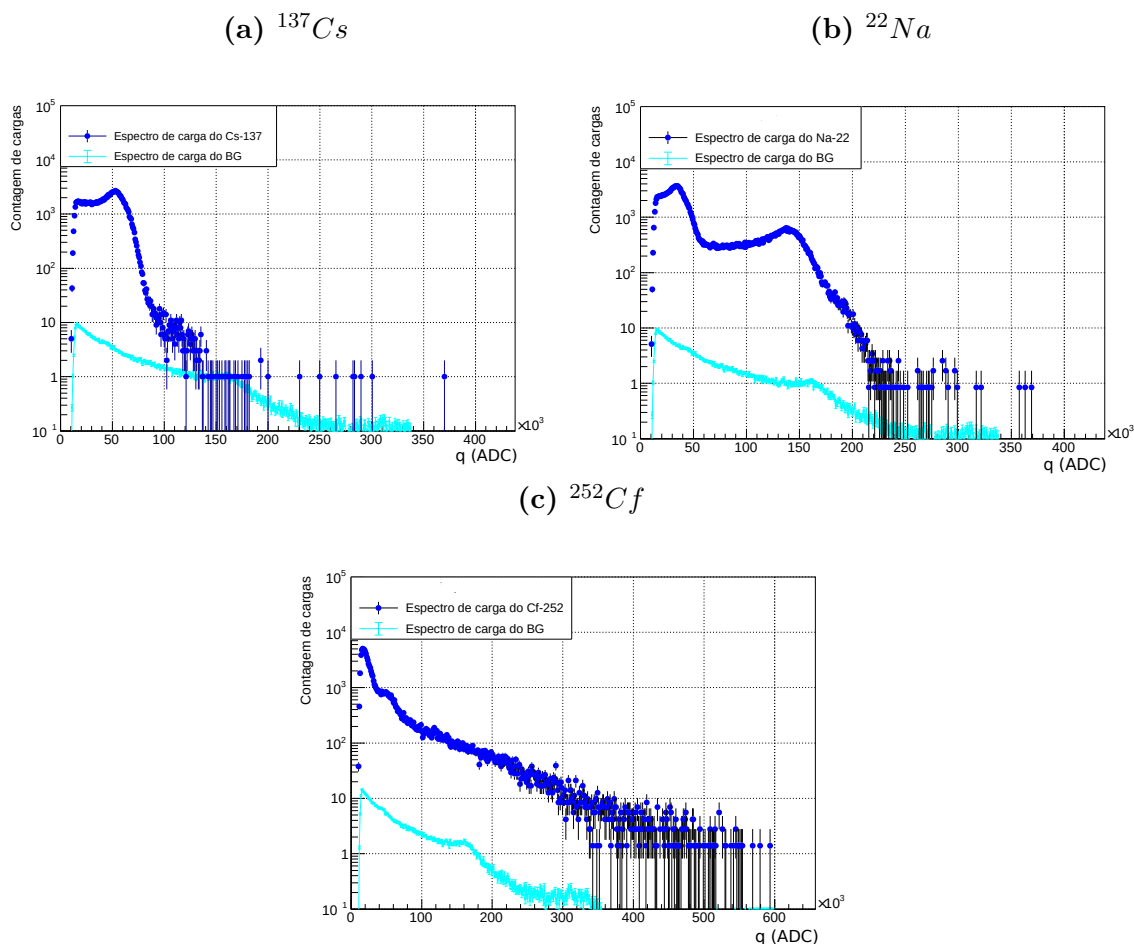
Antes de analisar o espectro do ^{252}Cf , que foi numericamente derivado, faz-se indispensável o conhecimento de que os gamas do ^{252}Cf são de aniquilação, ou seja, sua energia é $0,511\text{MeV}$, no entanto a energia que será proporcional a carga observa pelo detector é a do elétron, que é definida pela Eq. 2.32, sendo de aproximadamente $0,339\text{MeV}$. É conhecido

Figura 39 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 2

Espectros de carga do ^{137}Cs , ^{22}Na , ^{252}Cf , e do bkg no detector 2. A curva de coloração verde-água representa o espectro do bkg e a de coloração verde a dos espectros das fontes radioativas. O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

que o ponto mínimo da derivada numérica do espectro é um valor aproximado de E_c . O ^{22}Na emite dois gamas, sendo que um deles é de aniquilação, como o do ^{252}Cf , ou seja, tem a mesma energia do gama do ^{252}Cf . Portanto, como a fonte do ^{22}Na tem um espectro bem definido, o mesmo será ajustado com o intuito de obter o valor de E_c , lembrando que o espectro do ^{22}Na não será derivado para obtenção deste parâmetro. Ao obter o valor de E_c , pode-se compará-lo ao ponto mínimo espectro resultante da derivada numérica do ^{252}Cf . Se o ponto mínimo é próximo ao valor de E_c do ^{22}Na , o ^{252}Cf poderá ser utilizado na calibração.

No Cap.3 foi descrito todo o método para se realizar o ajuste na borda de *compton*,

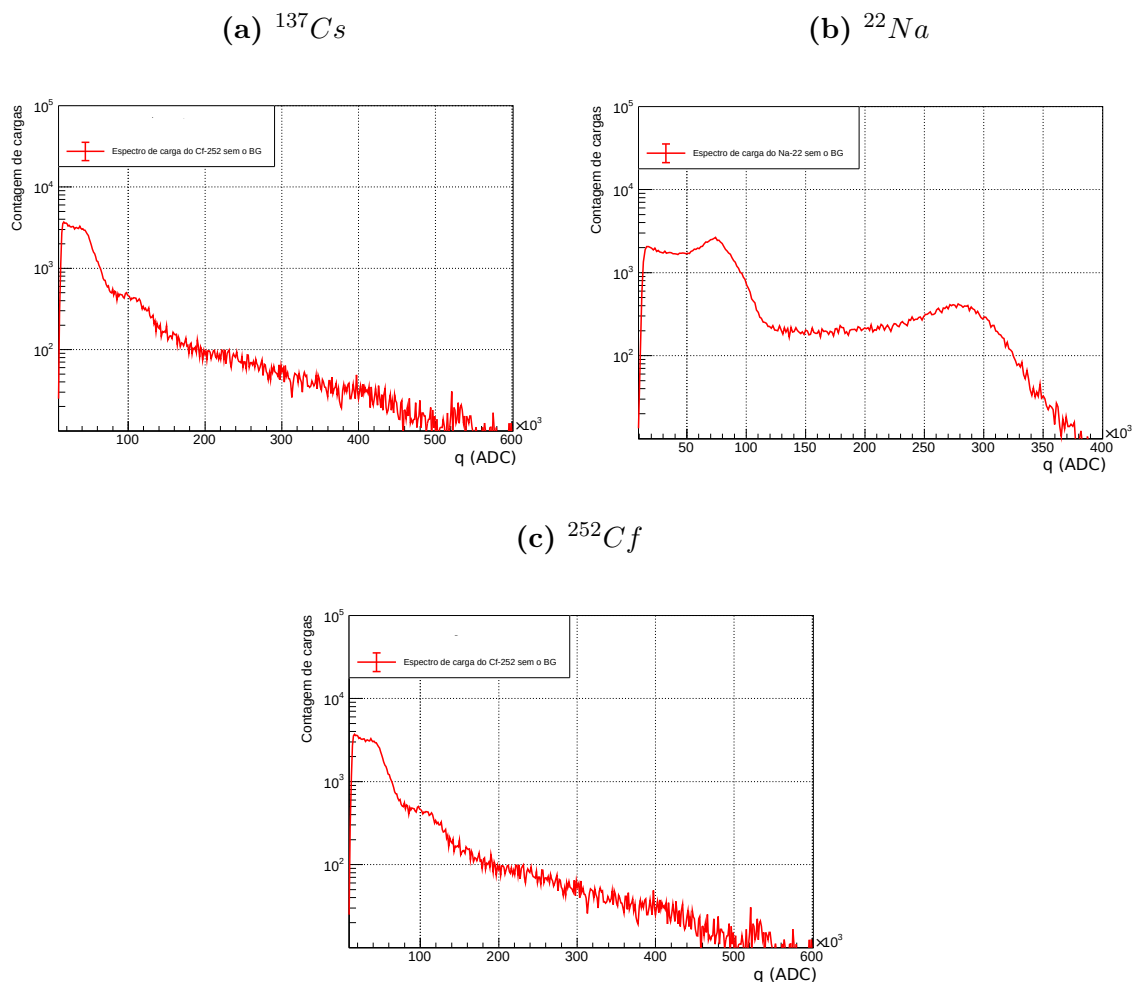
Figura 40 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 3

Espectros de carga do ^{137}Cs , ^{22}Na , ^{252}Cf , e do bkg no detector 3. A curva de coloração verde-água representa o espectro do bkg e a de coloração verde a dos espectros das fontes radioativas. O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

dentre esse, o método da derivada. Mas devido aos avanços computacionais não foi necessário derivar o espectro para as fontes do ^{137}Cs e ^{22}Na . A derivada do espectro era apenas para facilitar que o algoritmo conseguisse ajustar a função (modelo) sobre os espectros de carga (dados). Portanto, o ajuste foi possível de ser realizado no espectro não derivado, tendo como benefício a redução das incertezas estatísticas. A função que irá sobre cada espectro é definida pela Eq. 3.5. As Fig. 45, 47, 49, 51, 53, 49, 57, 59, 61 apresentam todos os espectros ajustados com a função $R(E)$ representada na Eq. 3.5.

As Fig. 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62 detalham o parâmetro E_c em função de $\Delta\chi^2$, apresentando intervalos de confiança de 1σ , 2σ e 3σ . A função $R(E)$ é o modelo que

Figura 41 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , sem o bkg, referente ao detector 1

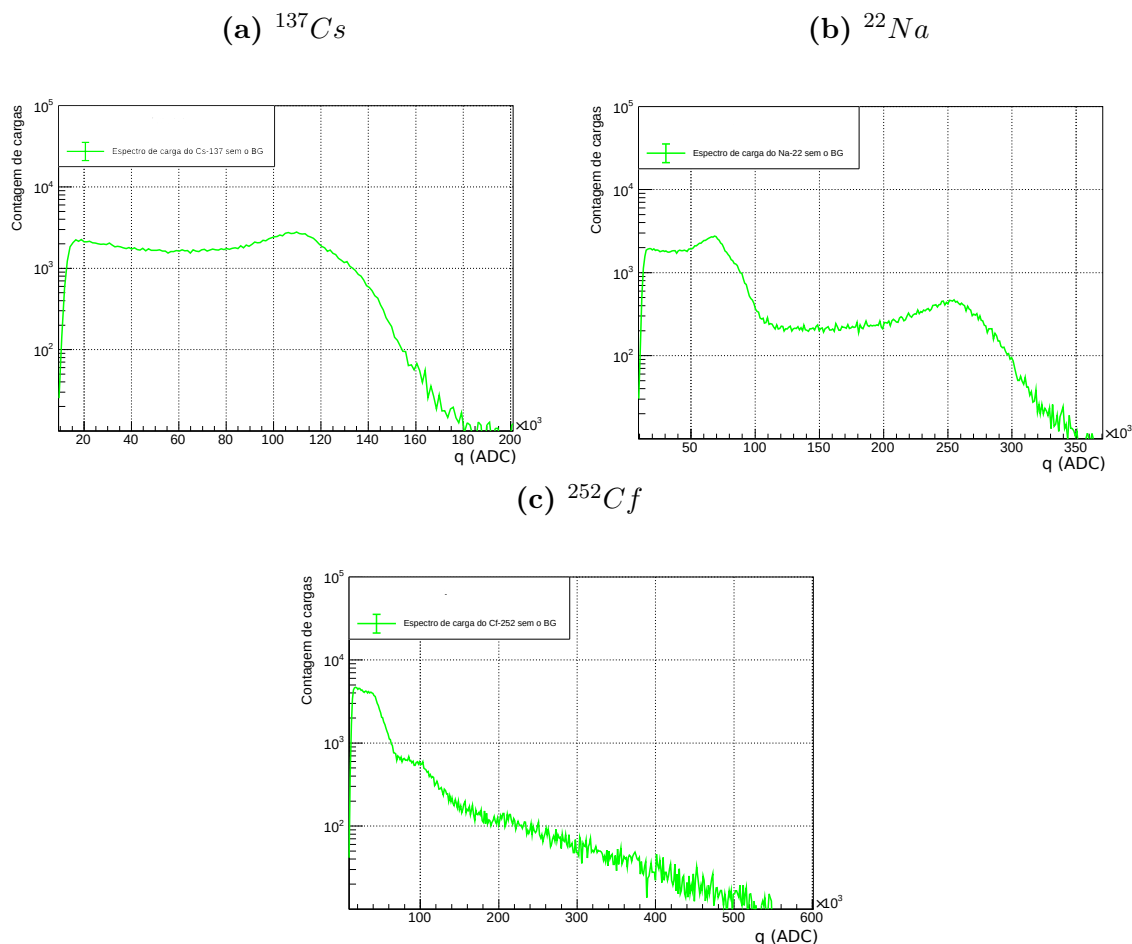


Espectros de carga do ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 1 sem a presença do bkg. A curva de coloração vermelha representa o espectro. O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

se ajustou sobre o espectro de carga (dados). Para realizar o ajuste foi utilizado o Método da Máxima Verossimilhança (MMV) do inglês *Maximum Likelihood*. O MMV é utilizado para estimar os valores dos parâmetros da função, que se ajusta sobre um conjunto finito de dados (no caso o espectro de carga)[27]. Portanto, através do MMV os parâmetros da função $R(E)$ são obtidos, inclusive E_c , que representa o valor almejado para a calibração. As Tab. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 apresentam os valores de $\chi^2/g.d.l.$ (onde *g.d.l.* são os graus de liberdade), os valores dos parâmetros e suas incertezas para intervalos de confiança de 1σ , 2σ e 3σ .

Observando os ajustes da função $R(E)$ sobre os espectros de carga é possível analisar

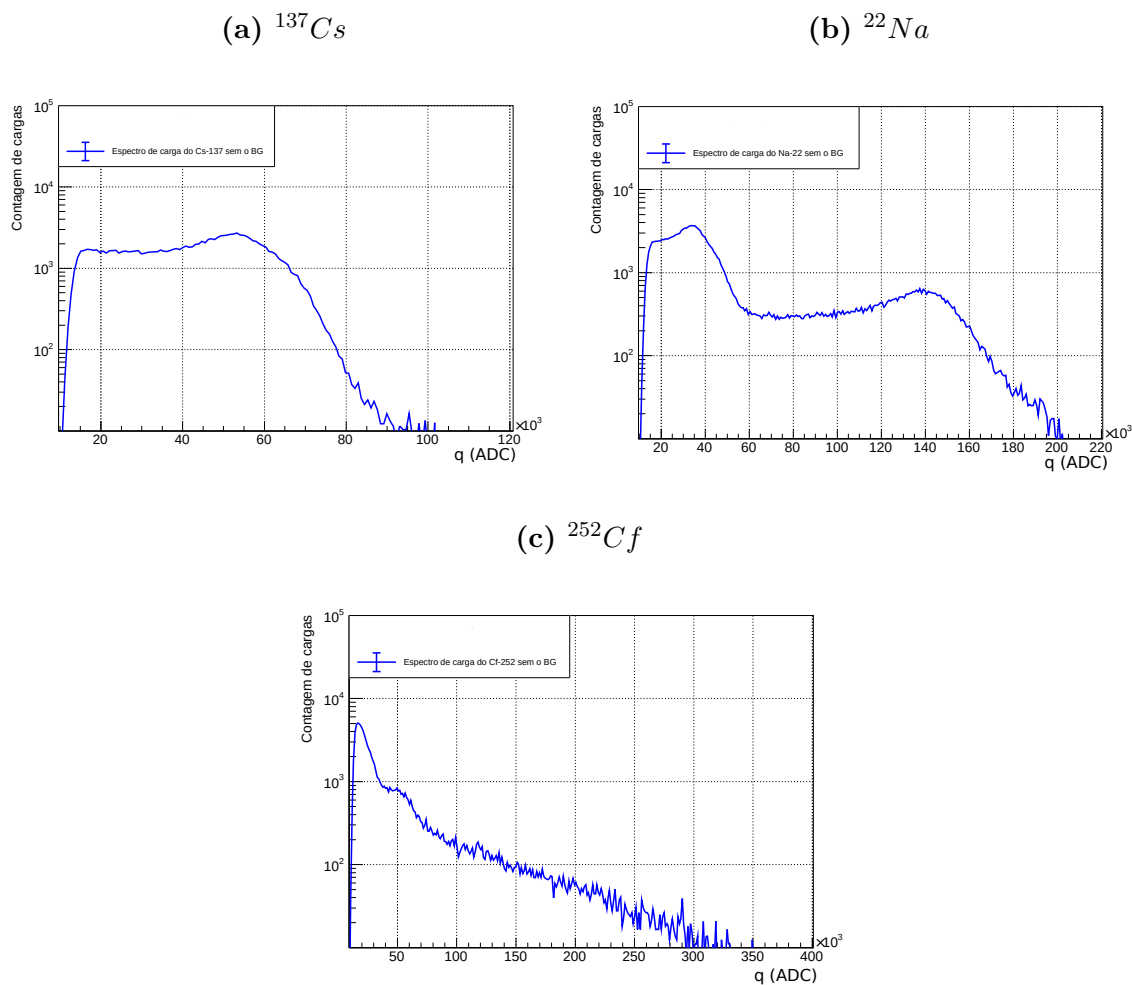
Figura 42 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , sem o bkg, referente ao detector 2



Espectros de carga do ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 2 sem a presença do bkg. A curva de coloração vermelha representa o espectro. O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

que foi satisfatório. É possível ver a precisão devido os valores dos parâmetros obtidos, sendo eles: χ^2 , *g.d.l* (graus de liberdade), E_c , os demais parâmetros que compõe a função e, suas respectivas incertezas para intervalos de confiança de 1σ , 2σ e 3σ . Como explicado desde o princípio deste trabalho o valor de E_c representa a carga proporcional a energia dos gamas do ^{137}Cs e do ^{22}Na . A partir desses valores é possível construir a reta de calibração, onde é descrita E_c (ADC), uma unidade arbitrária de carga, em função da energia dos gamas (MeV). As fig. 63a, 63b e 63c apresentam a calibração para cada detector. A partir dessas, é possível obter a energia de todas as partículas que são detectadas em unidades de carga (ADC) pelos detectores. A reta de calibração é construída e ajustada sobre os valores de E_c em função da energia média dos gamas do ^{137}Cs e ^{22}Na também por meio

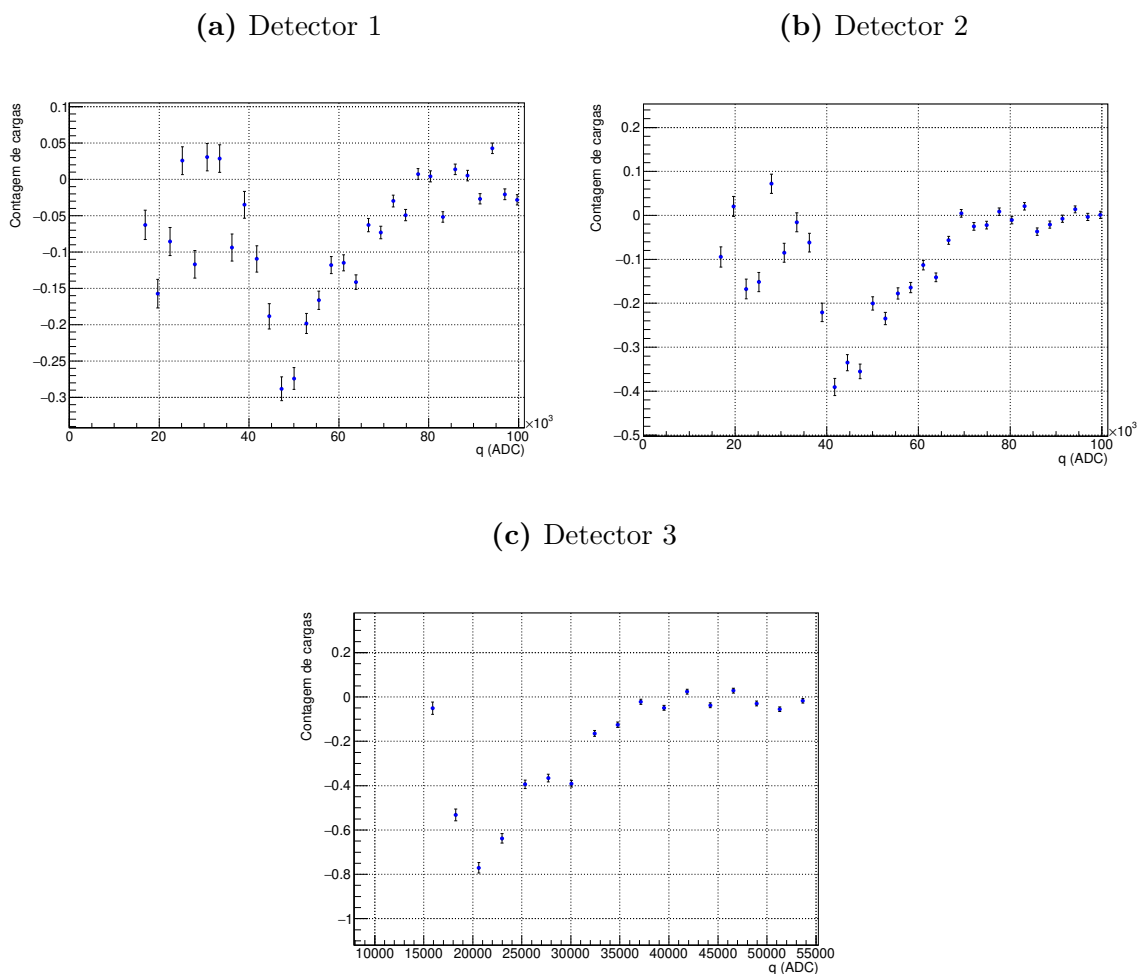
Figura 43 – Espectros de carga das fontes radioativas ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf , sem o bkg, referente ao detector 3



Espectros de carga do ^{137}Cs , ^{22}Na e ^{252}Cf referente ao detector 3 sem a presença do bkg. A curva de coloração vermelha representa o espectro. O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

do MMV. A reta é descrita pela função: $y = ax + b$, sendo assim os valores estimados de a e b foram apresentados na Tab. 13, com seus erros, variâncias (σ_a^2, σ_b^2) e covariâncias (σ_{ab}^2) para cada detector. A seção seguinte irá discutir todos os resultados apresentados até a presente seção, detalhando se a reta de calibração satisfaz o objetivo deste trabalho.

Figura 44 – Derivada numérica do espectro de carga da fonte radioativa ^{252}Cf referente ao detector 1, 2 e 3



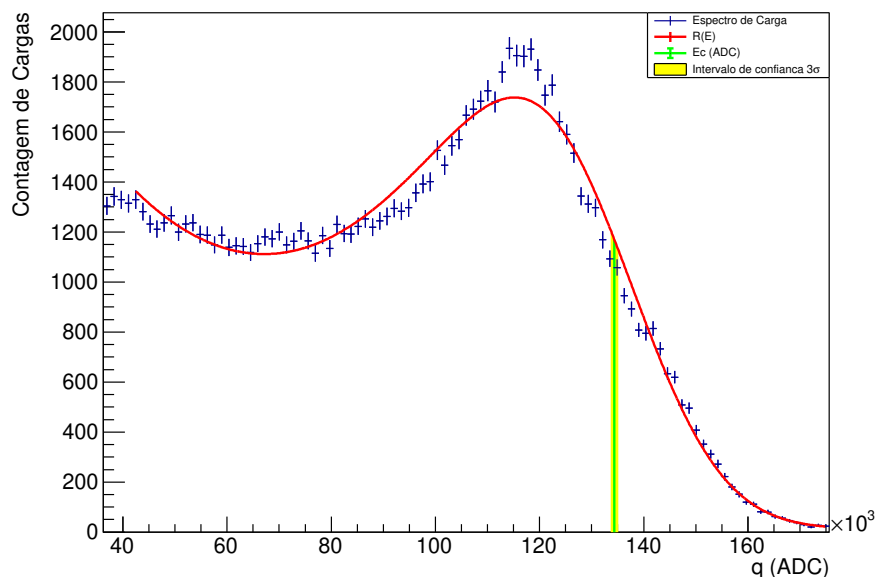
O eixo das abcissas representa medidas de cargas elétricas em unidades arbitrárias (ADC) e o eixo das ordenadas a contagem delas. Fonte: Próprio autor.

Tabela 4 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da borda de *compton* do espectro de carga do ^{137}Cs obtido pelo detector 1 com $\chi^2/g.d.l. = 502/409$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	4,13	+0,16 -0,16	+0,33 -0,33	+0,52 -0,49 $\times 10^{-4}$
b	-5,55	+0,29 -0,19	+0,53 -0,44	+0,78 -0,73 $\times 10$
c	2,87	+0,082 -0,082	+0,16 -0,16	+0,25 -0,25 $\times 10^6$
σ	1,50	+0,023 -0,015	+0,041 -0,034	+0,060 -0,053 $\times 10^7$
Baseline	1,26	+0,28 -0,28	+0,66 -0,56	+0,84 -0,84 $\times 10^4$
E_c	134,37	+0,29 -0,19	+0,48 -0,43	+0,72 -0,72 $\times 10^3$

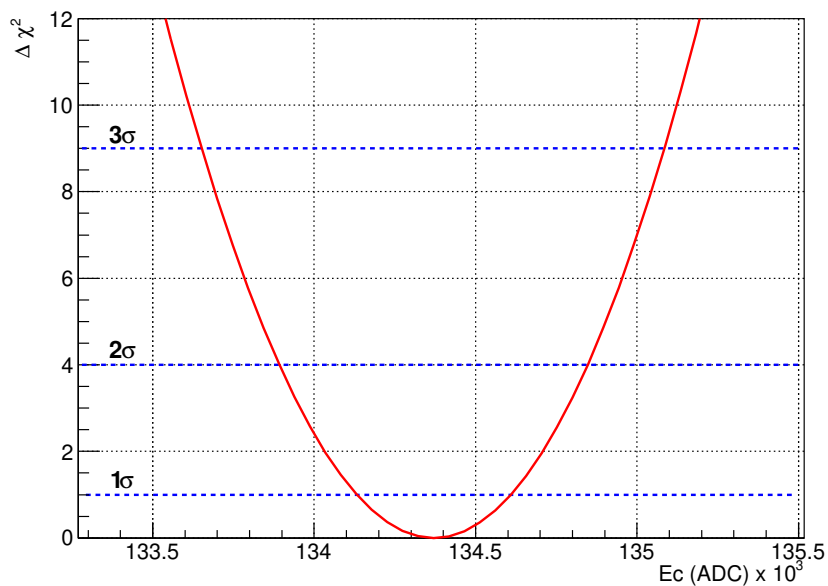
Fonte: Próprio autor.

Figura 45 – Espectro de carga do ^{137}Cs do detector 1 ajustado pela linha vermelha que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



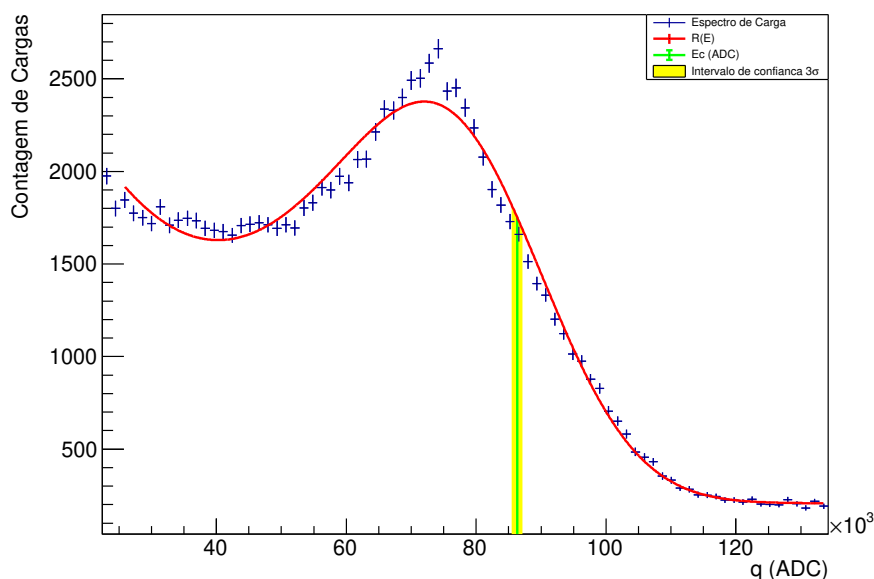
A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 46 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados do ^{137}Cs obtidos no detector 1



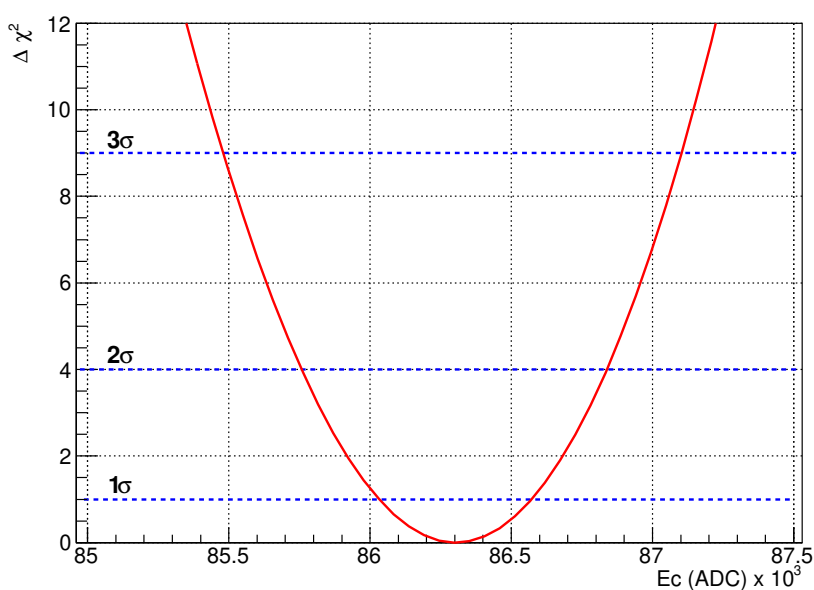
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 45. Fonte: Próprio autor.

Figura 47 – Espectro de carga do ^{22}Na do detector 1 ajustado pela linha vermelha, em sua primeira borda de *compton*, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abcissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 48 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da primeira borda de *compton* do ^{22}Na obtidos no detector 1



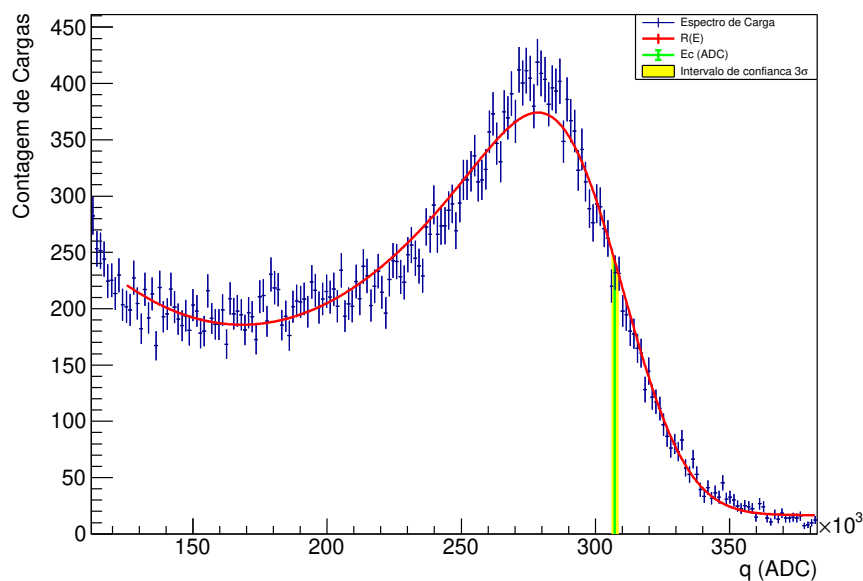
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 47. Fonte: Próprio autor.

Tabela 5 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da primeira borda de compton do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 1 com $\chi^2/g.d.l. = 389/284$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	1,40	+0,093 -0,062	+0,17 -0,14	+0,26 -0,22 $\times 10^{-3}$
b	-1,12	+0,067 -0,067	+0,13 -0,13	+0,20 -0,21 $\times 10$
c	3,45	+0,15 -0,10	+0,28 -0,22	+0,40 -0,35 $\times 10^6$
σ	1,29	+0,023 -0,015	+0,041 -0,034	+0,060 -0,053 $\times 10^7$
Baseline	2,06	+0,042 -0,034	+0,077 -0,085	+0,13 -0,12 $\times 10^5$
E_c	86,30	+0,32 -0,21	+0,59 -0,53	+0,86 -0,80 $\times 10^3$

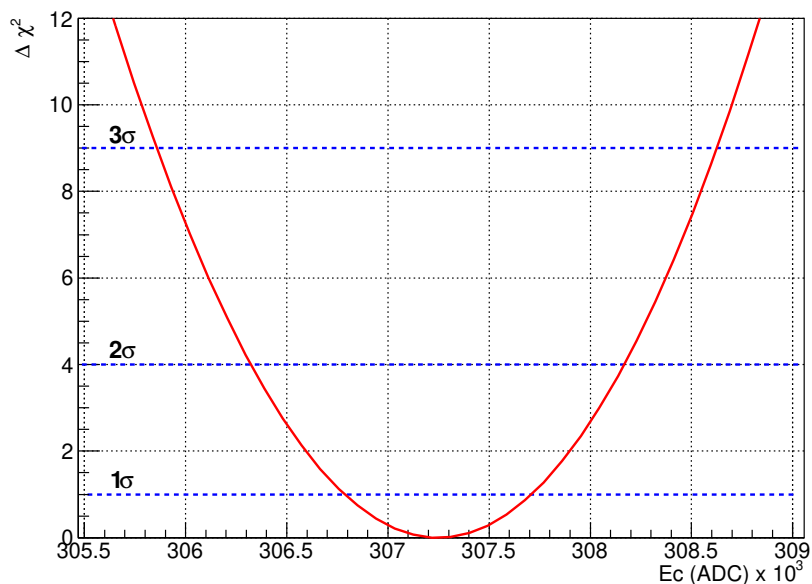
Fonte: Próprio autor.

Figura 49 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 1 ajustado pela linha vermelha, em sua segunda borda de *compton*, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 50 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da segunda borda de *compton* do ^{22}Na obtidos no detector 2



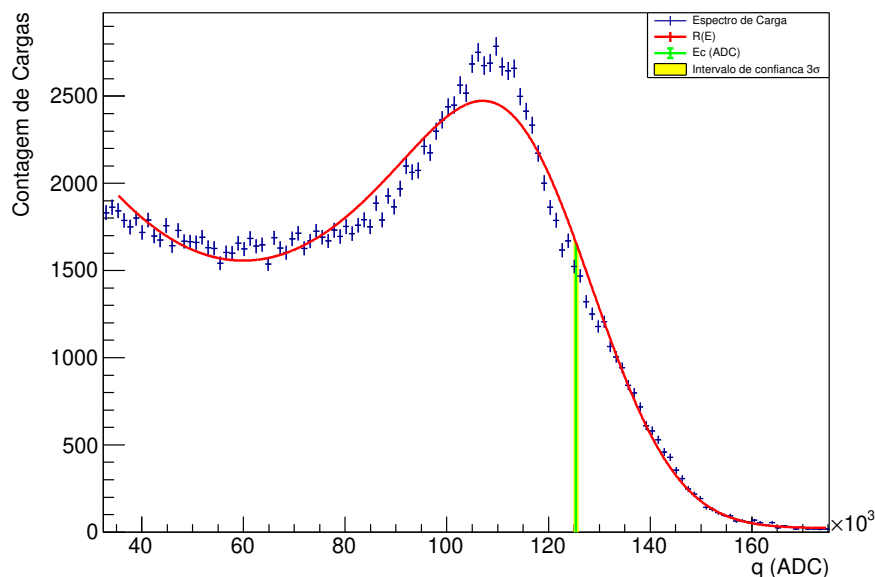
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 49. Fonte: Próprio autor.

Tabela 6 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da segunda borda de *compton* do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 1 com $\chi^2/g.d.l. = 232/238$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	1,91	+0,068 -0,071	+0,20 -0,16	+0,30 -0,26 $\times 10^{-5}$
b	-6,41	+0,35 -0,35	+0,70 -0,70	+0,10 -0,10
c	7,01	+0,40 -0,26	+0,73 -0,60	+1,06 -0,96 $\times 10^5$
σ	2,01	+0,045 -0,036	+0,090 -0,081	+0,13 -0,12 $\times 10^7$
Baseline	1,48	+0,10 -0,081	+0,18 -0,16	+0,26 -0,24 $\times 10^4$
E_c	307,22	+0,55 -0,37	+1,01 -0,83	3 +1,47 -1,29 $\times 10^3$

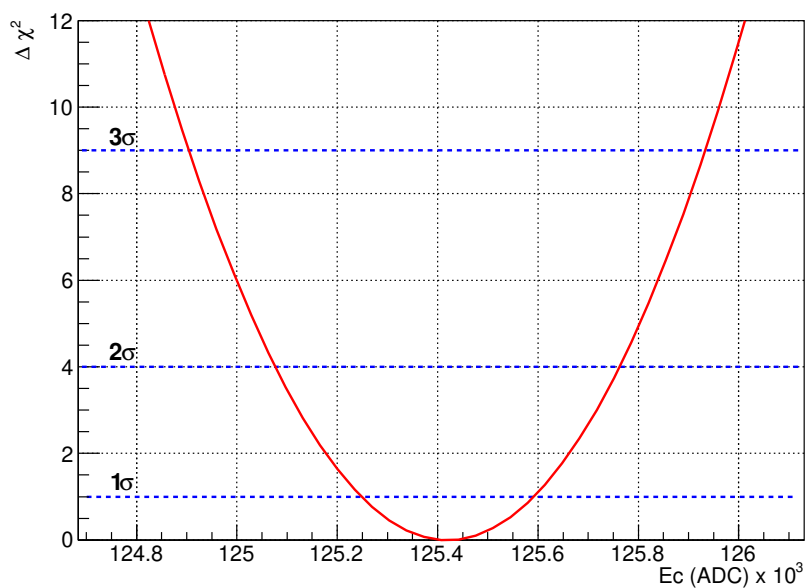
Fonte: Próprio autor.

Figura 51 – Espectro de carga ^{137}Cs do detector 2 ajustado pela linha vermelha, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 52 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados do ^{137}Cs obtidos no detector 2



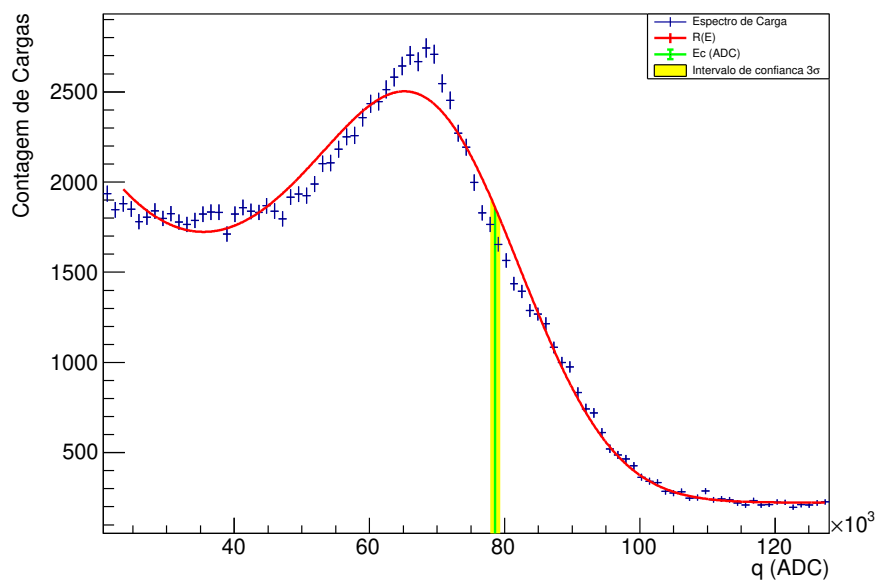
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 51. Fonte: Próprio autor.

Tabela 7 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da borda de *compton* do espectro de carga do ^{137}Cs obtido pelo detector 2 com $\chi^2/g.d.l. = 473/397$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	6,17	+0,22 -0,14	+0,40 -0,32	$+0,58 \times 10^{-4}$ $-0,50 \times 10^{-4}$
b	-7,44	+0,29 -0,19	+0,53 -0,44	$+0,77 \times 10$ $-0,68 \times 10$
c	3,64	+0,73 -0,073	+0,15 -0,15	$+0,22 \times 10^6$ $-0,22 \times 10^6$
σ	1,43	+0,012 -0,010	+0,025 -0,024	$+0,037 \times 10^7$ $-0,034 \times 10^7$
Baseline	2,01	+0,17 -0,10	+0,34 -0,28	$+0,48 \times 10^4$ $-0,41 \times 10^4$
E_c	125,41	+0,21 -0,14	+0,38 -0,31	$+0,55 \times 10^3$ $-0,48 \times 10^3$

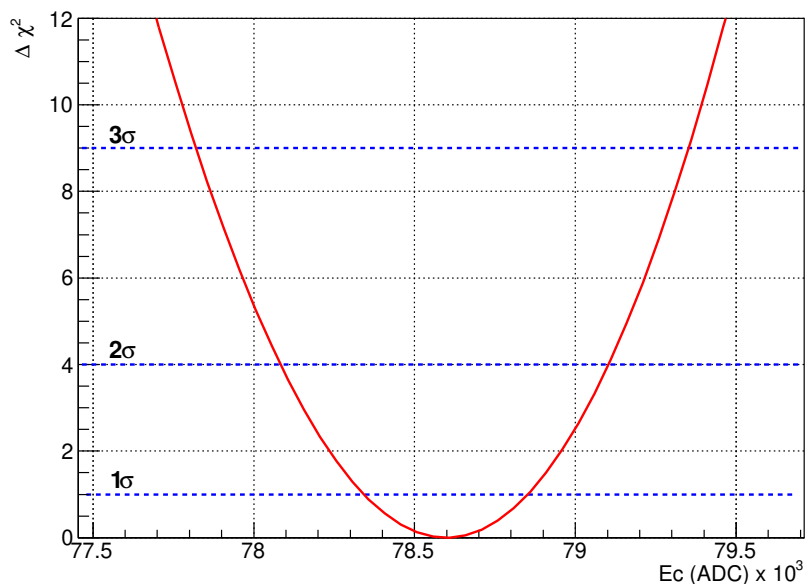
Fonte: Próprio autor.

Figura 53 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 2 ajustado pela linha vermelha, em sua primeira borda de *compton*, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 54 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da primeira borda de *compton* do ^{22}Na obtidos no detector 2



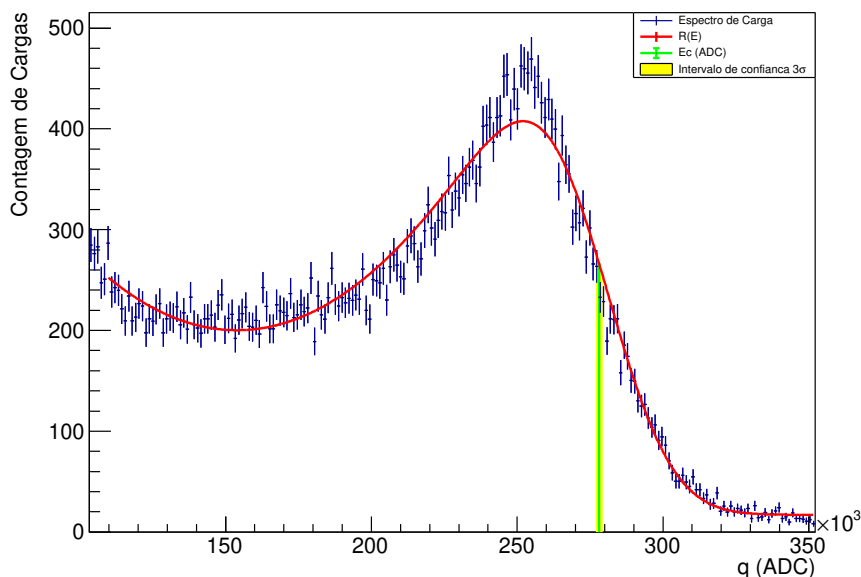
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 53. Fonte: Próprio autor.

Tabela 8 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da primeira borda de *compton* do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 2 com $\chi^2/g.d.l. = 487/384$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	1,70	+0,12 -0,077	+0,21 -0,17	+0,33 -0,27 $\times 10^{-3}$
b	-1,20	+0,076 -0,076	+0,15 -0,15	+0,23 -0,24 $\times 10^2$
c	3,34	+0,15 -0,10	+0,28 -0,23	+0,40 -0,35 $\times 10^6$
σ	1,22	+0,020 -0,014	+0,037 -0,030	+0,054 -0,047 $\times 10^7$
Baseline	2,22	+0,038 -0,038	+0,075 -0,075	+0,11 -0,11 $\times 10^5$
E_c	78,61	+0,25 -0,25	+0,50 -0,50	+0,75 -0,75 $\times 10^3$

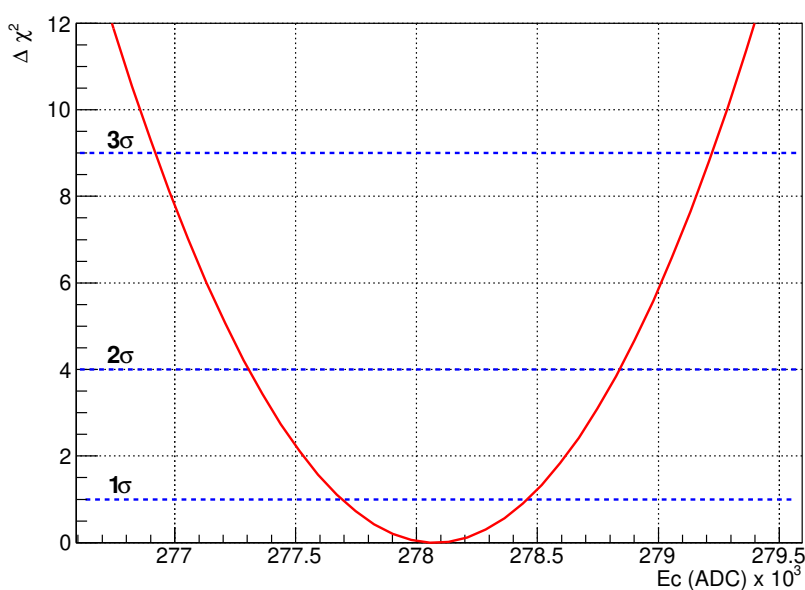
Fonte: Próprio autor.

Figura 55 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 2 ajustado pela linha vermelha, em sua segunda borda de *compton*, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 56 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da segunda borda de *compton* do ^{22}Na obtidos no detector 2



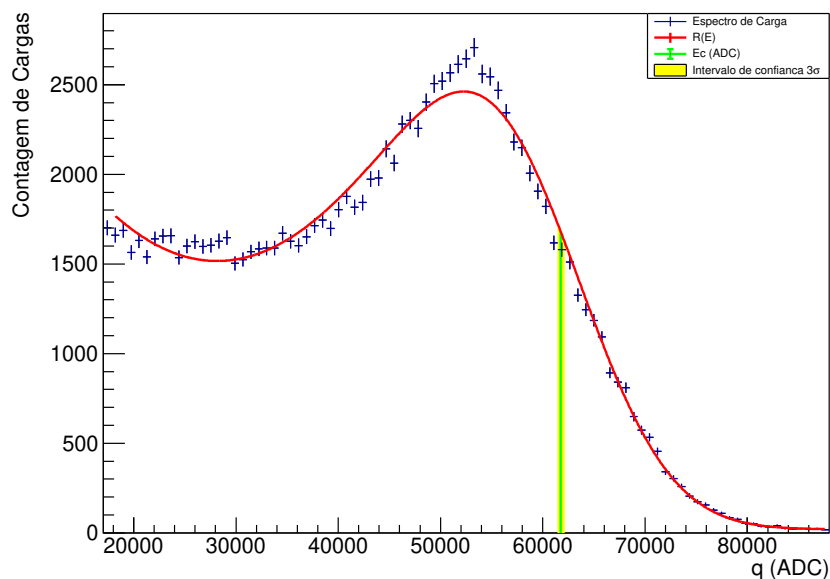
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 55. Fonte: Próprio autor.

Tabela 9 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da segunda borda de *compton* do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 2 com $\chi^2/g.d.l. = 456/361$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	2,69	+0,12 -0,10	+0,23 -0,21	$+0,34$ $-0,31 \times 10^{-5}$
b	-8,28	+0,44 -0,37	+0,81 -0,74	$+1,18$ $-1,11 \times 10$
c	8,11	+0,37 -0,24	+0,68 -0,56	$+0,99$ $-0,87 \times 10^5$
σ	1,87	+0,036 -0,029	+0,072 -0,064	$+0,11$ $-0,10 \times 10^7$
Baseline	1,56	+0,089 -0,071	+0,16 -0,14	$+0,25$ $-0,53 \times 10^4$
E_c	278,06	+0,46 -0,31	+0,85 -0,69	$+1,23$ $-1,08 \times 10^3$

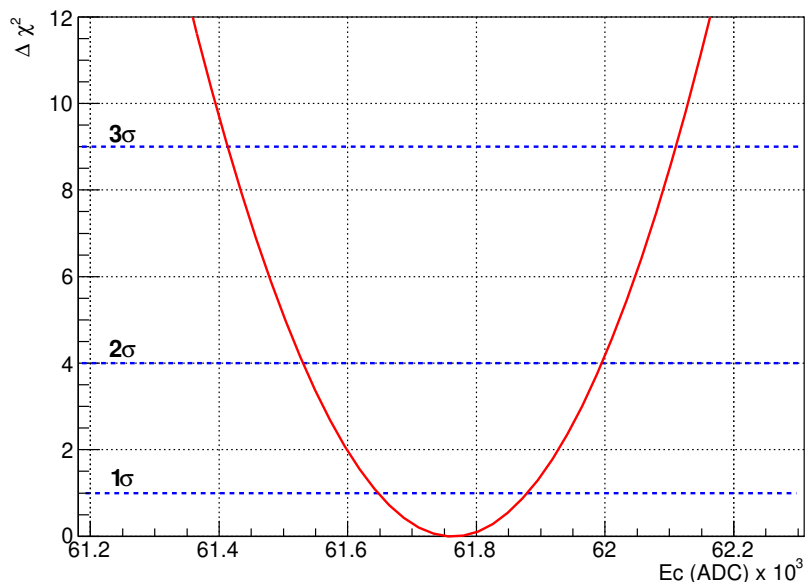
Fonte: Próprio autor.

Figura 57 – Espectro de carga ^{137}Cs do detector 3 ajustado pela linha vermelha, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abcissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 58 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados do ^{137}Cs obtidos no detector 3



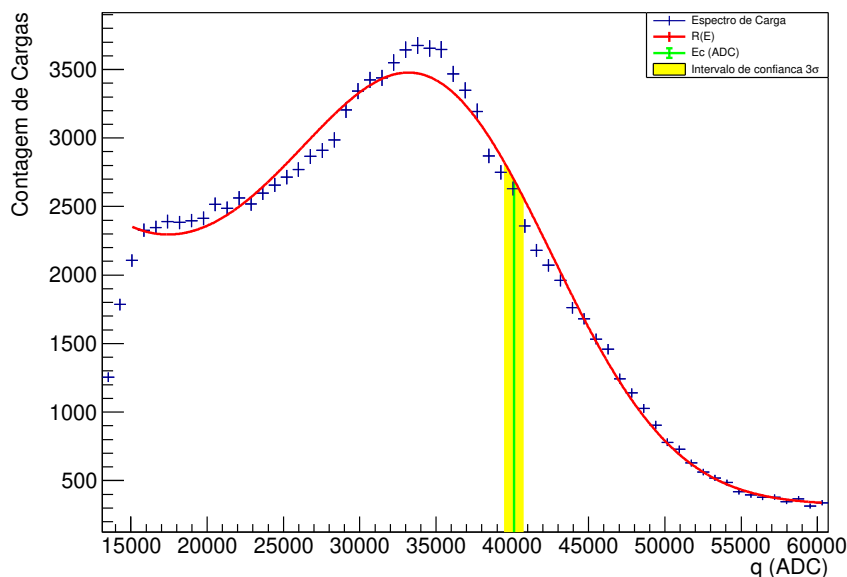
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 57. Fonte: Próprio autor.

Tabela 10 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da borda de *compton* do espectro de carga do ^{137}Cs obtido pelo detector 3 com $\chi^2/g.d.l. = 303/226$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	2,52	+0,12 -0,080	+0,22 -0,18	+0,32 -0,28 $\times 10^{-3}$
b	-2,03	+0,001 -0,001	+0,0020 -0,0022	+0,0031 -0,0033 $\times 10^2$
c	3,34	+0,11 -0,076	+0,21 -0,17	+0,30 -0,26 $\times 10^6$
σ	7,69	+0,094 -0,063	+0,17 -0,14	+0,25 -0,22 $\times 10^6$
Baseline	1,97	+0,19 -0,19	+0,38 -0,34	+0,53 -0,53 $\times 10^4$
E_c	61,76	+0,14 -0,092	+0,25 -0,21	+0,37 -0,32 $\times 10^3$

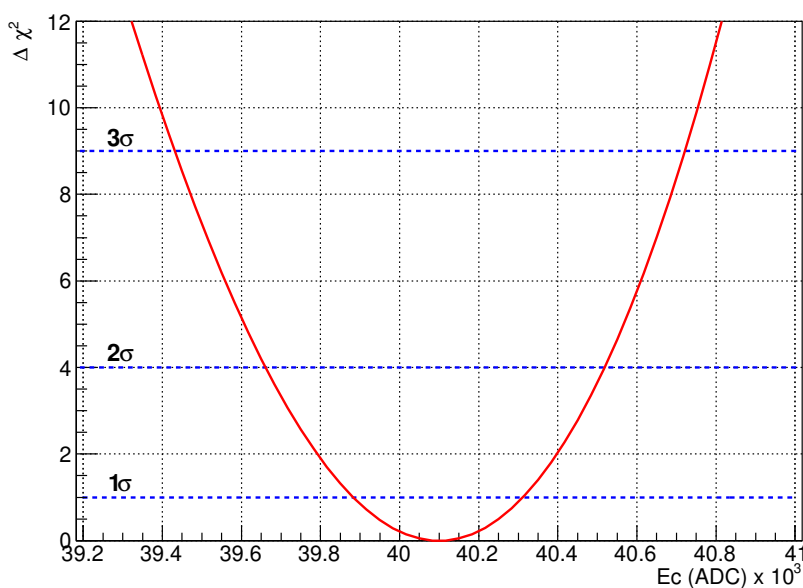
Fonte: Próprio autor.

Figura 59 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 3 ajustado pela linha vermelha, em sua primeira borda de *compton*, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 60 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da primeira borda de *compton* do ^{22}Na obtidos no detector 3



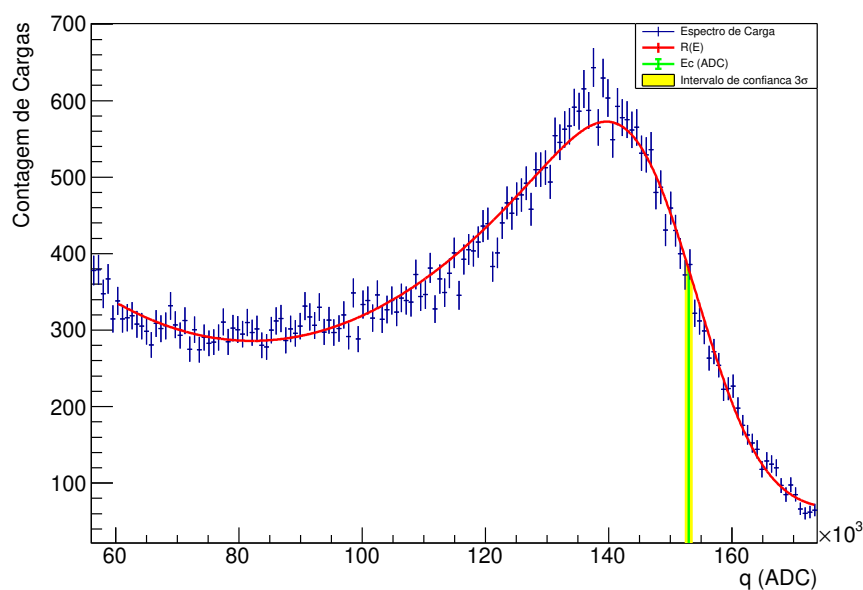
As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 59. Fonte: Próprio autor.

Tabela 11 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da primeira borda de *compton* do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 3 com $\chi^2/g.d.l. = 329/232$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	5,70	+0,84 -0,60	+1,56 -1,65	+1,91 -2,39 $\times 10^{-3}$
b	-1,49	+0,0029 -0,0023	+0,0053 -0,0050	+0,0082 -0,0080 $\times 10^2$
c	2,54	+0,26 -0,22	+0,56 -0,48	+0,82 -0,69 $\times 10^6$
σ	6,86	+0,13 -0,11	+0,26 -0,22	+0,37 -0,33 $\times 10^6$
Baseline	3,29	+0,0087 -0,0087	+0,017 -0,17	+0,26 -0,26 $\times 10^5$
E_c	40,12	+0,20 -0,23	+0,43 -0,43	+0,63 -0,67 $\times 10^3$

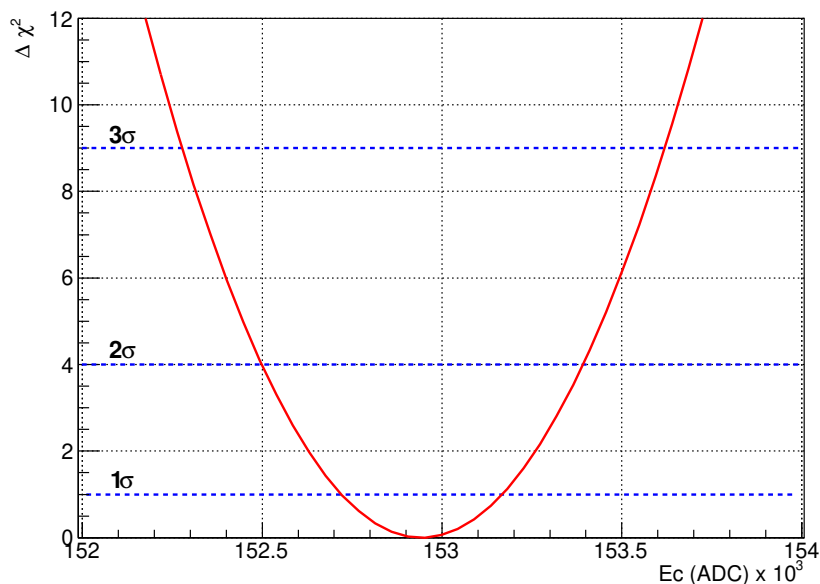
Fonte: Próprio autor.

Figura 61 – Espectro de carga ^{22}Na do detector 3 ajustado pela linha vermelha, em sua segunda borda de *compton*, que é descrita pela função $R(E)$ representada na Eq. 3.5



A função $R(E)$ fornece os parâmetros necessários para identificar o ponto mínimo otimizado. O eixo das abscissas é representado pela unidade arbitrária de carga (ADC). Fonte: Próprio autor.

Figura 62 – Gráfico de E_c , uma unidade arbitrária de carga (ADC), em função de $\Delta\chi^2$ para os dados da segunda borda de *compton* do ^{22}Na obtidos no detector 3



As linhas pontilhadas representam os intervalos de confiança para o valor mínimo de E_c , podendo ser de 1σ , 2σ e 3σ . Os dados desse gráfico são referentes a curva ajustada da Fig. 61. Fonte: Próprio autor.

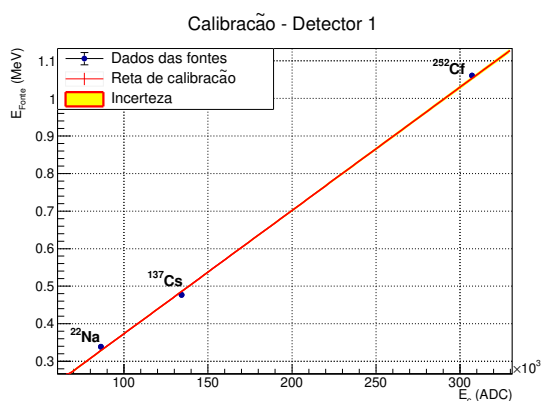
Tabela 12 – Parâmetros da função $R(E)$ obtidos ao realizar o ajuste da segunda borda de *compton* do espectro de carga do ^{22}Na obtido pelo detector 3 com $\chi^2/g.d.l. = 513/414$

Parâmetros	Valores	1σ	2σ	3σ
a	1,03	+0,053 -0,035	+0,098 -0,080	+0,14 -0,14 $\times 10^{-4}$
b	-1,69	+0,086 -0,086	+0,17 -0,17	+0,26 -0,26 $\times 10$
c	9,09	+0,49 -0,32	+0,90 -0,76	+1,31 -1,15 $\times 10^5$
σ	8,93	+0,33 -0,22	+0,60 -0,49	+0,88 -0,71 $\times 10^6$
Baseline	6,17	+0,51 -0,40	+1,01 -0,91	+1,42 -1,42 $\times 10^4$
E_c	152,95	+0,23 -0,23	+0,46 -0,41	+0,69 -0,64 $\times 10^3$

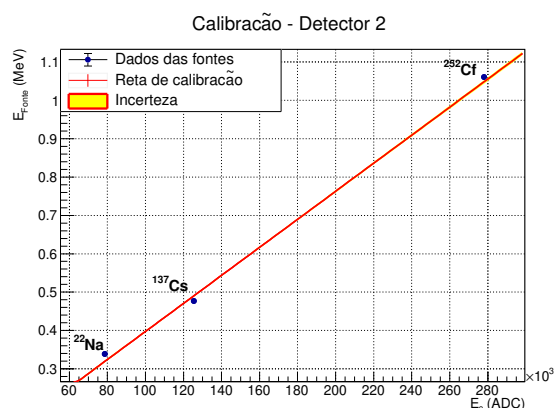
Fonte: Próprio autor.

Figura 63 – Calibração dos detectores 1, 2 e 3

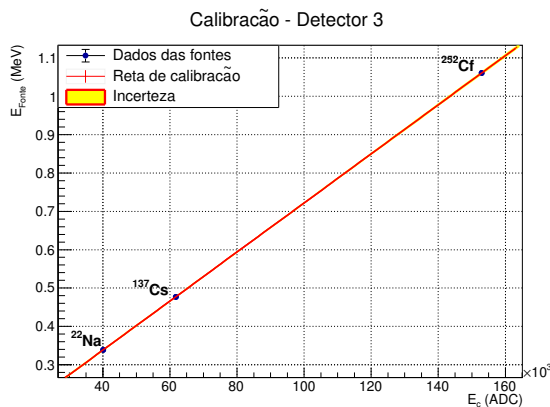
(a) Reta de calibração do detector 1



(b) Reta de calibração do detector 2



(c) Reta de calibração do detector 3



O gráfico apresenta a calibração dos detectores. O eixo das abcissas apresenta valores de $E_c(ADC)$, uma unidade arbitrária de carga, o eixo das ordenadas apresenta os valores da energia média das gamas provindos das fontes radioativas. Os pontos azuis representam dados e a reta de coloração vermelha o modelo que ajustou sobre os pontos, sendo que o erro do ajuste é apresentado como uma linha de coloração amarela que se encontra na borda do ajuste. Fonte: Próprio autor.

5 DISCUSSÕES DE RESULTADOS

A seção anterior tratou os dados brutos de três fontes radioativas e também do bkg de cada um dos detectores. Através destes dados foi possível fazer os espectros de carga para cada um. O intuito de todas as análises era a obtenção de valores de E_c para cada fonte, para calibrar cada detector. Foi apresentado que o espectro do ^{252}Cf não foi útil para este objetivo. O primeiro passo para tratar seus dados, foi tentar separar os gamas dos nêutrons (partículas que o mesmo emite) na região da borda de *compton* (região de interesse). Apesar de não ser possível esta separação desde o princípio, ainda assim foi aplicado o método para o espectro inteiro, onde pode-se ver a separação para altas energias. Depois da separação, o bkg foi subtraído do espectro de cada uma das três fontes radioativas para cada detector. Nos espectros, sem a presença de partículas de fundo, foi analisado que para o ^{137}Cs e para o ^{22}Na a borda de *compton* se formou, mas para o ^{252}Cf não. Análises foram realizadas no ^{252}Cf , mas a função não conseguiu se ajustar ao espectro. Outra tentativa foi derivar numericamente o espectro do ^{252}Cf para ver se seu ponto mínimo era próximo ao valor de E_c , obtido ao ajustar o ^{22}Na , pois o mesmo emite um de seus gamas (de aniquilação) com mesma energia. No entanto, nem desta maneira foi possível obter um valor aproximado. Para o detector 1, o gama de aniquilação do ^{22}Na apresenta valor de $E_c = 86,30 \times 10^3$ e, o valor do ponto mínimo do espectro do ^{252}Cf é apresentar um valor de aproximadamente $E_c = 50 \times 10^3$. Para o detector 2, o gama de aniquilação do ^{22}Na apresenta valor de $E_c = 78,61 \times 10^3$ e, o valor do ponto mínimo do espectro do ^{252}Cf é aproximadamente $E_c = 42 \times 10^3$. Por fim, para o detector 3, o gama de aniquilação do ^{22}Na apresenta valor de $E_c = 40,12 \times 10^3$ e, o valor do ponto mínimo do espectro do ^{252}Cf é aproximadamente $E_c = 20 \times 10^3$. Os valores de E_c do ^{252}Cf deveria ser próximo ao valor de E_c do ^{22}Na , considerando que os dois emitem gamas de aniquilação, que tem a mesma energia. Assim, a função $R(E)$ e sua derivada $R'(E)$ não foram ajustadas respectivamente ao espectro e ao espectro numericamente derivado, não sendo possível obter o valor de E_c do ^{252}Cf . Esse resultado

tem várias implicações, a primeira é porque a separação de partículas não ocorreu na região da borda de *compton*. Mas qual o motivo do método não se aplicar ? Essa pergunta pode ser respondida considerando as características da fonte radioativa. Acredita-se que a fonte do ^{252}Cf estava envelhecida, ou seja, apresentando isótopos já decaídos, pois a meia vida do ^{252}Cf , é aproximadamente 2,64anos, assim esses isótopos emitem partículas de diferentes energias. A região da borda de *compton* do ^{252}Cf não pode ser encontrada e ser bem definida se existem contaminação de partículas de diferentes energias. Assim, para a calibração foi utilizado apenas 3 (três) pontos, um do ^{137}Cs que emite gamas de 0,662MeV, e dois do o ^{22}Na , que emite gamas com energia de 0,511MeV e 1.275MeV. No entanto, esses valores não são os observados pelos detectores. A observação do detector é relacionada ao elétron excitado pelo gama, portanto a carga vai ser proporcional a energia desse elétron, definida pela Eq. 2.32. Com isso a energia referente ao ^{137}Cs será de 0,477MeV, e a energia referente aos gamas do ^{22}Na serão 0,339MeV e 1,061MeV.

Em relação ajuste realizado sobre os espectros de carga do ^{137}Cs e o ^{22}Na , foram obtidos os valores dos parâmetros com erros para intervalos de confiança de 1σ , 2σ e 2σ , onde os erros como amostrados nas tabelas do capítulo anterior foram inferiores aos valores dos parâmetros, o que é um fator muito positivo. Assim o resultado de E_c de cada isótopo pode ser utilizado na calibração. A partir da calibração de cada detector é possível observar um erro menor que o esperado no ajuste. Esse fato ocorre porque não é possível obter o erro sistemático da função $R(E)$. O erro sistemático pode ser obtido apenas realizando simulações de interação de partículas, que utiliza o método de Monte[7]. No entanto, a simulação é um passo para pesquisas futuras. Outro fator que implicaria em uma reta de calibração mais precisa seria se os dados do espectro do ^{252}Cf tivessem sido aplicáveis a reta de calibração. A calibração foi construída utilizando todos os recursos instrumentais, computacionais e estatísticos possíveis, no entanto a estatística exige que tenha mais pontos para uma boa definição das incertezas.

A partir da calibração é possível obter a energia de todas as partículas que interagem com o detector. Quando a partícula interage com o detector ele irá registrar uma carga, assim essa carga pode ser colocada na calibração, que tem como função: $(y = ax + b)$,

podendo ser reescrita por:

$$E = aE_c + b, \quad (5.1)$$

onde E é a energia da partícula, E_C a carga da partícula observada pelo detector e a e b são os parâmetros obtidos pelo método da máxima verossimilhança. A partir dessa função, com as cargas das partículas que forem registradas pelo detector, obtém-se suas respectivas energias. Inicialmente era objetivado nesse projeto utilizar a calibração para estimar o bkg gerado pelos nêutrons espúrios, que interferem na detecção dos neutrinos no experimento SBND. Porém, houve algumas implicações na obtenção dos dados do feixe de neutrinos. Estimar os nêutrons seria possível pois sabe-se, como mencionado no início desta seção, a sua energia média, que é aproximadamente $10MeV$.

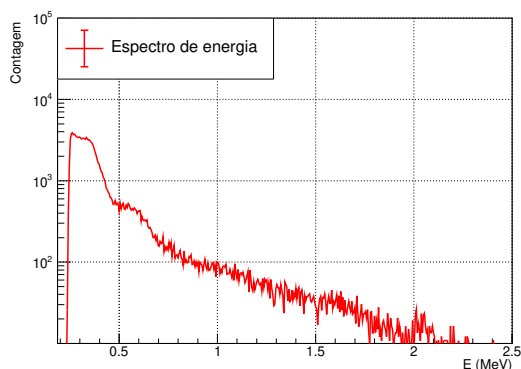
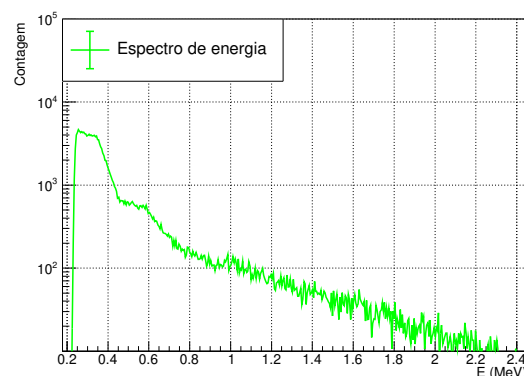
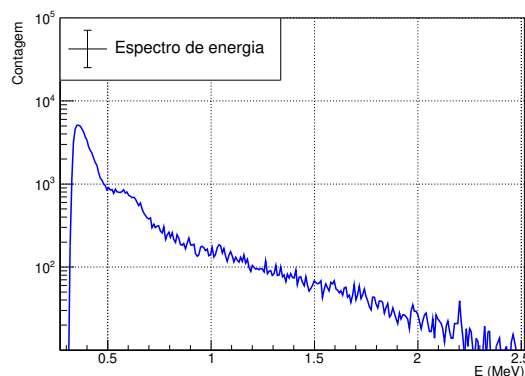
Tabela 13 – Parâmetros da reta de calibração dos detectores obtidos ao realizar o ajuste dos pontos

Parâmetros	Detector 1	Detector 2	Detector 3
a	$(3,47 \pm 0,027) \times 10^{-6}$	$(3,86 \pm 0,028) \times 10^{-6}$	$(6,75 \pm 0,052) \times 10^{-6}$
b	$(2,03 \pm 0,041) \times 10^{-1}$	$(1,90 \pm 0,039) \times 10^{-1}$	$(2,43 \pm 0,043) \times 10^{-1}$
σ_a^2	$7,13 \times 10^{-16}$	$7,80 \times 10^{-16}$	$2,70 \times 10^{-15}$
σ_b^2	$1,68 \times 10^{-5}$	$1,55 \times 10^{-5}$	$1,87 \times 10^{-5}$
σ_{ab}^2	$-9,85 \times 10^{-11}$	$-1,00 \times 10^{-10}$	$-2,00 \times 10^{-10}$

Fonte: Próprio autor.

Como não foi possível utilizar o espectro do ^{252}Cf para a calibração, a mesma foi aplicada ao seu espectro de carga, com intuito de obter seu espectro de energia. Toda essa exemplificação é para apresentar como o método é aplicado. As Fig. 64a, 64b e 64c apresentam o espectro de energia do ^{252}Cf para cada detector.

Em análise aos espectros de energia do ^{252}Cf construídos foi possível observar que existe contaminação de muitas partículas de outras energias. Ao tentar observar onde está a localização da energia $0,339MeV$ é visto que não se encontra no local esperado. Esse resultado expressa claramente que a fonte estava contaminada, portanto inútil para que fosse utilizada como parâmetro de calibração.

Figura 64 – Espectro de energia do ^{252}Cf para os detectores 1, 2 e 3**(a)** Detector 1**(b)** Detector 2**(c)** Detector 3

O espectro de energia é representado no eixo das abcissas pelas energia ($E(\text{MeV})$) e no eixo das ordenadas pela sua contagem. Fonte: Próprio autor.

Além de todo o estudo sobre as fontes radioativas e seus respectivos espectros faz-se necessário responder a tão almejada pergunta: a calibração pode ser usada para estimar partículas de fundo no experimento SBND? A resposta é não, por dois fatores. O primeiro é que para ser utilizada seria necessário fazer uma simulação da calibração utilizando o método de Monte Carlo para que fosse possível estimar o erro sistemático da função $R(E)$. Não foi possível realizar esse estudo, por falta dos dados dos nêutrons gerados pelo feixe de neutrinos em seu percurso até o detector. Outro fator é que o experimento das fontes radioativas foi realizado em 2018 no Fermilab (EUA), portanto por mais que foi descoberto que a fonte de ^{252}Cf estava inutilizada para calibração não era possível refazer o experimento, tanto que é que não é simples assim trabalhar com experimentos que utilizam materiais radioativos, considerando que todo o prédio onde o SBND está

instalado deve ser evacuado para realizá-lo. A falta do ^{252}Cf implica em menos um ponto na calibração. Com uma reta de apenas 3 (três) pontos não é possível estimar suas reais incertezas, o que a torna inviável para se utilizar na estimativa dos nêutrons de fundo do feixe. Assim, não é possível permitir sua utilização do experimento.

6 CONCLUSÃO

O intuito deste trabalho foi tratar os dados brutos provindos da interação das partículas com os detectores de cintilação, partículas estas, emitidas por 3 (três) fontes radioativas. Toda exposição dos detectores aos isótopos e todo o tratamento dos dados foi realizado para calibrar os mesmos. A calibração é necessária para que se possa obter a energia de partículas que interagem com o meio cintilador do detector, em especial o nêutron, que gera é um ruído de fundo no experimento SBND. Os nêutrons em geral são liberados pela interação dos neutrinos (do feixe) com as rochas e a estrutura ao redor do SBND. A estimativa do bkg dos nêutrons é exequível ao expor o detector ao feixe de neutrinos, que toma medidas das interações dos nêutrons e demais partículas que os neutrinos liberam. Tendo conhecimento que a energia dos nêutrons liberados pelo feixe é em média $10MeV$, é possível estimar a quantidade de nêutrons que interferem na detecção dos neutrinos através da calibração. Os dados dos nêutrons provindos do feixe de neutrinos não foram possíveis de serem obtidos devido as dificuldades do cenário atual: a pandemia, não sendo possível estimar o bkg dos mesmos.

Inicialmente visava-se utilizar o ^{137}Cs , o ^{22}Na e o ^{252}Cf para calibrar o detector, no entanto a fonte do ^{252}Cf encontra-se envelhecida, apresentando isótopos já decaídos, que emitem partículas de diferentes energias, inclusive algumas de alta energia, que saturam a PMT do detector. Todos os dados de ruído de fundo e interação de partículas que saturaram a PMT foram retirados, pois não é possível considera ruído de fundo e também integrar um forma de onda saturada. A questão é que a contaminação do ^{252}Cf fez com que não fosse possível realizar a separação de nêutrons e gamas, resultando na não definição da borda de *compton*. Sem essa região bem definida, não é possível obter o valor de E_c , impedindo a utilização do ^{252}Cf na calibração dos detectores, sendo possível utilizar apenas o ^{137}Cs e o ^{22}Na . Uma reta de apenas 3 (três) pontos não é o ideal para se fazer um ajuste, no entanto as análises foram feitas com os dados que foram disponíveis. Essa é a finalidade da análise de dados, encontrar um modelo que descreve da melhor

maneira possível o comportamento dos dados. Outro fator importante é que não dá para obter o erro sistemático da função $R(E)$, só sendo exequível estimá-lo com a construção de uma simulação de interação de partículas com o detector de nêutrons. Apesar da simulação ser um passo importante na estimativa do erro sistemático, é um procedimento que será realizado em trabalhos futuros, possivelmente em um doutorado. Com todas essas implicações a calibração torna-se irregular para que possa ser utilizada na estimativa do ruído de fundo no experimento SBND ou em qualquer outro em que se utilize os mesmos detectores. De toda maneira, todo o conhecimento desenvolvido nesse trabalho foi útil, pois pode ser aplicado em outros detectores e/ou fontes radioativas de uma maneira prática e eficaz. A calibração com as incertezas estatísticas não totalmente definidas foram por motivos técnicos: a falta de pontos na calibração e, como se sabe para ter mais pontos necessita-se de mais fontes radioativas, considerando que as mesmas não estejam contaminadas. Também é válido lembrar que para obtenção de erros sistemáticos para esse experimento é necessário estimá-lo por meio de simulação, o que não foi possível também realizar neste trabalho. No entanto, toda estrutura lógica para desenvolvimento de análises precisas foi aplicada. Por mais que o modelo, pela estatística, deva se ajustar aos dados, é necessário que uma quantidade mínima seja disponível para se suas incertezas possam ser estimadas de maneira precisa para a construção da calibração. Assim é concluído, por fim, que não é possível a utilização de uma calibração, sem incertezas bem definidas, para um experimento que exige uma alta precisão como o SBND.

Referências

- 1 SCANAVINI, G. Expectation for neutrino-argon interactions in the short-baseline near detector (sbnd). Pisa, 2015. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/5550/5e115b741b63f4e43a4300f07a28057fe1e4.pdf>. Acesso em: 22 jan. 2020. 12, 16, 18, 20, 21
- 2 FERMILAB. 2020. Disponível em: <https://www.fnal.gov/>. Acesso em: 20 maio 2020. 13, 14, 15
- 3 VALDIVIESSO, G. *Introdução à fenomenologia da Oscilação de Neutrinos, no Vácuo e na Matéria*. 114 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual e Campinas - UNICAMP, Campinas, 2004. 14
- 4 ABI, B. et al. *Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), Far Detector Technical Design Report*. [S.l.], 2020. 218 p. (1 edition). 17, 19
- 5 ASAADI, J. et al. First demonstration of a pixelated charge readout for single-phase liquid argon time projection chambers. *Instruments*, p.1-16, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.3390/instruments4010009>. Acesso em: 24 maio 2020. 16
- 6 YU, B. et al. Designs of large liquid argon tpcs from microboone to lbne lar40. *Elsevier*, p. 1280-1286, 2012. Disponível em: dx.doi.org/10.1016/j.phpro.2012.03.737. Acesso em: 21 maio 2020. 18
- 7 ANTONELLO, M. et al. A proposal for a three detector short-baseline neutrino oscillation program in the fermilab booster neutrino beam. *ArXiv*, p. 1-196, 2015. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/1503.01520.pdf>. Acesso em: 10 de mar, 2021. 18, 92
- 8 AGUILAR-AREVALO, A. A. et al. The neutrino flux prediction at miniboone. Virginia, p. 1-196, 2009. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.79.072002>. Acesso em: 22 jan 2020. 20
- 9 TANABASHI, M. et al. Particle data group. *Phys*, 2019. Disponível em: <http://pdg.lbl.gov/2012/listings/rpp2012-list-pi-plus-minus.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2020. 21, 22
- 10 LEO, W. *Techniques for nuclear and particle physics experiments*. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 377 p. (2ª edição). 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 48, 50
- 11 WANG, H. *Models and characterizations of neutron scintillation detectors for feasibility of spent fuel cask monitoring*. 141 p. Dissertação (Mestrado) — University of Florida, Florida, 2017. 27
- 12 LI, X. et al. Energy calibration for plastic scintillation detectors based on compton scatterings of gamma rays. *Sissa Medialab*, Chengdu, P.1-11, 2017. Disponível em: dx.doi.org/10.1088/1748-0221/12/12/P12025. Acesso em: 20 jan. 2020. 33
- 13 SAFARI, M.; DAVANI, F. A.; AFARIDEH, H. Differentiation method for localization of compton edge in organic scintillation detectors. Tehran, p.1-13, 2016. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1610.09185>. Acesso em: 22 jan. 2020. 37, 38, 40, 41

- 14 KNOLL, G. F. *Radiation detection and measurement*. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc, 2010. 830 p. (4 edition). 44, 45, 46
- 15 FLASKA, M.; ENQVIST, A.; POZZI, S. A. Measurement of fast neutron/gamma-ray cross- correlation functions with cf-252 and pu-be neutron sources. *IEEE*, p. 961-963, 2009. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/NSSMIC.2009.5402467>. Acesso em: 24 ago. 2020. 44, 45, 46
- 16 TECHNOLOGY, E. Organic scintillators for tomorrows technology. Disponível em: <https://eljentechnology.com/document-library>, 2016. Acesso em: 15 jun. 2020. 48, 49, 50, 51
- 17 CARLSON, A. D. The neutron cross section standards, evaluations and applications. *IOPscience*, Gaithersburg, 2011. Disponível em: <dx.doi.org/10.1088/0026-1394/48/6/S09>. Acesso em: 22 jan. 2020. 48, 52
- 18 ATKINS, P. *Chemical Principles. The Quest for Insight*. [S.l.]: W.H. Freeman & Company, 2005. 113 p. (The Quest for Insight with Study Guide). ISBN 9780716770800,0716770806. 49
- 19 FLASKA, M.; ENQVIST, A.; POZZI, S. A. Measurement of fast neutron/gamma-ray cross-correlation functions with cf-252 and pu-be neutron sources. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, Michigan, p. 961-963, 2009. Disponível em: <dx.doi.org/10.1109/NSSMIC.2009.5402467>. Acesso em: 24 jan. 2020. 51
- 20 MAHER, K. *Basic Physics of Nuclear Medicine*. [S.l.]: Wikibooks, 2006. 113 p. (The Quest for Insight with Study Guide). ISBN 9780716770800,0716770806. 53
- 21 MAYLES, P.; NAHUM, A.; ROSENWALD, J. *Handbook of Radiotherapy Physics - Theory & Practice*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2007. 113 p. (1). ISBN 0750308605,9780750308601,9781420012026. 54
- 22 ELSON, H. R. et al. Measured neutron and gamma spectra from californium252 in at issue equivalent medium. *American Association of Physicists in Medicine*, p. 426-431, 1979. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1118/1.594521>. Acesso em: 16 jan. 2021. 55
- 23 PODGORSK, E. B. *Radiation Physics for Medical Physicists*. [S.l.]: Springer, 2010. 745 p. (2 edition). 54, 55
- 24 HINO, Y.; KAWADA, Y. Absolute na-22 radioactivity measurement by gamma efficiency variation of 4π β - γ coincidence method. p.202-209, 1994. Disponível em: <https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/Public/27/014/27014358.pdf?r=1&r=1>. Acesso em: 20 fev. 2021. 56
- 25 LI, K. *Study of spontaneous fission of Cf-252: structure of neutron-rich nuclei, gamma-ray angular correlation and G-Factor measurements*. 121 p. Dissertação (Mestrado) — Graduate School of Vanderbilt University, Nashville - Tennessee, 2008. 57
- 26 BECCHETTI, F. D. et al. Cf-252 fission-neutron spectrum using a simplified time-of-flight setup: An advanced teaching laboratory experiment. *American Journal Of Physics*, 2013. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1119/1.4769032>. Acesso em: 25 fev. 2021. 57

- 27 COWAN, G. *Statistical data analysis*. Nova York: Oxford Science Publications, 1998. 197 p. (1 edition). 73

APÊNDICE A - Interação de nêutrons

A posição do centro de massa de uma colisão entre um nêutron e um núcleo é definida pela equação a seguir,

$$\mathbf{x}_{cm} = \frac{m_1\mathbf{x}_1 + m_2\mathbf{x}_2}{m_1 + m_2}, \quad (\text{A.1})$$

sendo x_1, m_1 a posição e a massa do nêutron e, x_2, m_2 a posição e a massa do núcleo. Assim derivando x_{cm} em relação ao tempo,

$$\frac{d\mathbf{x}_{cm}}{dt} = \frac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}, \quad (\text{A.2})$$

no qual a velocidade do centro de massa é zero devido ao fato de que o núcleo e o nêutron estão em movimento para se colidirem. Portanto, substituindo o valor zero do centro de massa tem-se que,

$$\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2, \quad (\text{A.3})$$

onde $\mathbf{p}_1 = m_1\mathbf{v}_1$, e $\mathbf{p}_2 = m_2\mathbf{v}_2$. A massa m_2 do núcleo pode ser descrita da seguinte forma,

$$m_2 = m_N N + m_p Z \pm B, \quad (\text{A.4})$$

onde $m_n N$ é a massa dos nêutrons do núcleo vezes seu número, $m_p Z$ é a massa dos prótons vezes seu número, e B é a energia de ligação nuclear que será desprezada. A massa do próton é muito próxima da massa do nêutron, assim deve ser considerado a massa do núcleo da seguinte maneira,

$$m_2 = m_n A, \quad (\text{A.5})$$

onde $A = Z + N$, definida como massa atômica. Em sistema de laboratório a velocidade do nêutron é v_0 , a velocidade do núcleo é zero e, a velocidade do centro de massa $\frac{dx_{cm}}{dt}$ é definida como

$$\frac{dx_{cm}}{dt} = \frac{m_n v_0}{m_n + m_n A} = \left(\frac{1}{1 + A} \right) v_0. \quad (\text{A.6})$$

No caso da velocidade v_{cm} do nêutron em sistema centro de massa, pode-se se escrever do seguinte modo,

$$v_{cm} = v_0 - \frac{dx_{cm}}{dt} = \left(\frac{A}{1 + A} \right) v_0, \quad (\text{A.7})$$

sendo que v_{cm} é definido como a velocidade inicial do nêutron menos a velocidade do centro de massa, já a velocidade V do núcleo é definida por sua velocidade inicial igual a zero menos a velocidade do centro de massa,

$$V = 0 - \left(\frac{1}{1 + A} \right) v_0 = - \left(\frac{1}{1 + A} \right) v_0, \quad (\text{A.8})$$

de modo que colocando em modulo a equação perde o sinal negativo, podendo ser representada como,

$$V = \left(\frac{1}{1 + A} \right) v_0. \quad (\text{A.9})$$

Em análise da figura 7, a lei dos cossenos é aplicada a fim de se obter

$$v_{lab}^2 = v_{cm}^2 + V^2 - 2v_{cm}V \cos(\pi - \theta_{cm}), \quad (\text{A.10})$$

lembrando que a equação para obtenção da energia do nêutron está bem detalhada no Cap.2.5, portando a velocidade do núcleo de recuo em sistema de laboratório é definida como

$$v_{NucleoLab} = \left(2 \frac{v_0}{A + 1} \right) \cos(\phi_{lab}), \quad (\text{A.11})$$

assim substituindo a velocidade do núcleo na equação de energia tem-se que,

$$E_{Nrecuo} = E_0 4A \left(\frac{1}{A+1} \right)^2 \cos^2(\phi_{lab}), \quad (\text{A.12})$$

sabendo que o ângulo ϕ_{lab} é igual a $\frac{1}{2}\phi_{cm}$, por identidade trigonométrica é definido que

$$\cos^2(\phi_{lab}) = \frac{1 + \cos \phi_{lab}}{2}, \quad (\text{A.13})$$

assim substituindo a Eq.A.13 na Eq.A.12, onde a massa do nêutron é igual a 1, é obtida a seguinte relação,

$$E_{Nrecuo} = E_0 \frac{2A}{(A+1)^2} (1 + \cos \phi_{cm}). \quad (\text{A.14})$$

Depois de muitas colisões, a quantidade necessária de interações para diminuir um certo nível de energia de um nêutron é descrito detalhadamente nos passos a seguir, onde a mudança de letargia média $\langle u(\theta) \rangle = \xi$ pode ser descrita como

$$\xi = \int u(\theta) \frac{1}{2} \sin \theta_{cm} d\theta_{cm}, \quad (\text{A.15})$$

onde $u(\theta)$ é definido pela Eq.2.23. Para realizar os cálculos dessa integral a fim de se obter a mudança de letargia média, ou seja, o quanto a energia decai em média por interação, é necessário modificar a integral, assim tem-se a seguinte relação,

$$d \cos \theta = - \sin \theta d\theta, \quad (\text{A.16})$$

então substituindo a Eq.A.16 na Eq.A.15 tem-se que

$$\xi = \int u(\theta) \frac{1}{2} d \cos \theta, \quad (\text{A.17})$$

assim substituindo a Eq.2.24 na Eq.A.17, chega-se na seguinte integral,

$$\xi = -\frac{1}{2} \int \ln \frac{(A+1)^2}{A^2 + 1 + 2A \cos \theta} d \cos \theta, \quad (\text{A.18})$$

no qual ao separar a equação em duas partes ela pode ser reescrita como

$$-\frac{1}{2} \int \ln(A+1)^2 d \cos \theta - \frac{1}{2} \int \ln(A^2+1+2A \cos \theta) d \cos \theta, \quad (\text{A.19})$$

então fazendo a integral da equação da direita primeiramente, e definindo alguns parâmetros, como $x = A^2 + 1 + 2A \cos \theta$, e $d \cos \theta = dx/2A$ tem-se que,

$$-\frac{1}{2A} \int \ln x dx = \frac{1}{2A} (x \ln x - x). \quad (\text{A.20})$$

Ao voltar aos parâmetros originais, a equação pode ser reescrita como,

$$-\frac{1}{2A} \int \ln x dx = \frac{1}{2A} \{ (A^2+1+2a \cos \theta) \ln(A^2+1+2a \cos \theta) - (A^2+1+2a \cos \theta) \}. \quad (\text{A.21})$$

Realizando a substituição da Eq.A.21 na Eq.A.19, e resolvendo a integral da esquerda chega-se no seguinte resultado,

$$\xi = -\frac{1}{2} \ln(A+1)^2 \cos \theta - \frac{1}{4A} \{ (A^2+1+2A \cos \theta) \ln(A^2+1+2A \cos \theta) - (A^2+1+2A \cos \theta) \}, \quad (\text{A.22})$$

no qual ao substituir os valores do ângulo θ , que varia entre 0 e π é possível obter a energia média da mudança de letargia ξ para apenas um espalhamento,

$$\xi = \int u(\theta) \frac{1}{2} \sin \theta_{cm} d\theta_{cm} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}, \quad (\text{A.23})$$

portanto para saber quantas colisões são necessárias para um decaimento de uma energia E_0 para E' divide-se a mudança de letargia u pela mudança de letargia média, obtendo-se o número de colisões n

$$n = \frac{u}{\xi} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E'} \quad (\text{A.24})$$

Dessa forma é realizado todos os cálculos detalhados para obter o número de colisões necessárias para uma perda de energia específica no Cap.2.5.

APÊNDICE B - Espalhamento Compton

Do Cap.2.7 de espalhamento Compton e da Fig.9 é feita uma dedução para se chegar na Eq.2.28. Inicialmente é preciso definir que o momento inicial do fóton é $p = E/c$ e o momento final é $p' = E'/c$. Em relação ao elétron que inicialmente está em repouso é definido que seu momento é zero, porém depois da interação seu momento é considerado p_e e sua energia final ao quadrado é definida por,

$$E_e^2 = m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2, \quad (\text{B.1})$$

assim isolando o momento do elétron ao quadrado tem-se,

$$p_e^2 = \frac{E_e^2 - m_e^2 c^4}{c^2}. \quad (\text{B.2})$$

Pela lei de conservação de momento a seguinte relação é apresentada,

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \mathbf{p}_e, \quad (\text{B.3})$$

assim é visto que o momento inicial do fóton é igualado ao seu momento final mais o momento do elétron, portanto o momento do elétron precisa ser isolado e elevado ao quadrado para se chegar a seguinte relação,

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2\mathbf{p}\mathbf{p}' \cos \phi, \quad (\text{B.4})$$

no qual ao substituir a Eq.B.2 na Eq.B.4 obtém-se,

$$p^2 + p'^2 - 2\mathbf{p}\mathbf{p}' \cos \phi = \frac{E_e^2 - m_e^2 c^4}{c^2}. \quad (\text{B.5})$$

Pela lei de conservação de energia a equação seguinte é estabelecida.

$$m_e c^2 + E = E' + E_e \longrightarrow E_e = m_e c^2 + E - E', \quad (\text{B.6})$$

onde $m_e c^2$ é a energia inicial do elétron. Então substituindo a equação B.6 na equação B.5 e isolando a energia final do fóton, chega-se na equação 2.28 do capítulo 2.7, onde $E' = h\nu'$ e $E = h\nu$, ou seja,

$$E' = \frac{E}{1 + \gamma(1 - \cos\phi)} . \quad (\text{B.7})$$

APÊNDICE C - Método da diferenciação

A integral definida na Eq. 3.2 é detalhada nos passos a seguir, a fim de se obter a Eq. 3.5. Inicialmente deve substituir a Eq. 3.1 e a Eq. 3.3 em 3.2 para iniciar os passos de integração, portanto é definido que

$$R(E) = r(E) \otimes G(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(x) G(E-x) dx \quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{E_c} r(x) G(E-x) dx + \int_{E_c}^{+\infty} r(x) G(E-x) dx \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{E_c} (ax^2 + bx + c) \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx \\ &= \frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{E_c} x^2 \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$$+ \frac{b}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{E_c} x \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (\text{C.3})$$

$$+ \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{E_c} \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx. \quad (\text{C.4})$$

Para facilitar os cálculos de integrações, uma propriedade de integração de gaussiana é definida, onde,

$$\int_y^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(y), \quad (\text{C.5})$$

portanto os cálculos devem ser desenvolvidos inicialmente para a Eq. C.4 devido ao fato de que seu resultado facilitará a resolução da Eq. C.2 e da Eq. C.3, assim a partir disso uma integral geral necessita inicialmente ser desenvolvida, assim,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{E_c} \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx &= -\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{+\infty}^{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)} \exp[-u^2] du \sigma\sqrt{2} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{+\infty}^{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)} \exp[-u^2] du \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} \exp[-u^2] du \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Esse resultado obtido pode ser substituído na Eq. C.4 a fim de obter sua integral,

$$\frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{E_c} \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx = \frac{c}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right). \quad (\text{C.7})$$

Com essa integral resolvida o próximo passo é resolver integral da Eq.C.3, onde,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{E_c} x \exp\left[-\frac{(E-x)^2}{2\sigma^2}\right] dx &= \frac{b}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} (E-u\sigma\sqrt{2}) \exp[-u^2] du \sigma\sqrt{2} \\ &= \frac{bE}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} \exp[-u^2] du \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

$$- \frac{b\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} u \exp[-u^2] du, \quad (\text{C.9})$$

com isso utilizando a Eq.C.5 é possível realizar substituições para obter o resultado da Eq. C.8, onde,

$$\frac{bE}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} \exp[-u^2] du = \frac{bE}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right). \quad (\text{C.10})$$

A resolução da Eq.C.9 é simples de se realizar, sendo necessário definir algumas substituições como $v = -u^2$ e $du = dv / -2u$. Assim é possível obter o seguinte resultado,

$$- \frac{b\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} u \exp[v] \frac{dv}{-2u} = - \frac{b\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2\right]. \quad (\text{C.11})$$

Com os resultados anteriores obtidos, a última integral a ser resolvida é a da Eq.C.2, que ao realizar as mesmas substituições anteriores pode ser reescrita da seguinte forma,

$$\frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} (E^2 - 2Eu\sigma\sqrt{2} + 2u^2\sigma^2) \exp(-u^2) \sigma\sqrt{2} du \quad (C.12)$$

$$= \frac{aE^2}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} \exp(-u^2) du \quad (C.13)$$

$$- \frac{2aE\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} u \exp(-u^2) du \quad (C.14)$$

$$+ \frac{2a\sigma^2}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} u^2 \exp(-u^2) du, \quad (C.15)$$

sendo assim possível ver que das três equações que necessitam ser integradas é possível observar que a Eq.C.13 e a Eq.C.14 tem suas integrais já realizadas, assim fazendo as substituições necessárias é possível obtê-las, onde,

$$\frac{aE^2}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} \exp(-u^2) du = \frac{aE^2}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E - E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right) \quad (C.16)$$

$$\frac{2aE\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} u \exp(-u^2) du = -\frac{2aE\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[- \left(\frac{E - E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2 \right]. \quad (C.17)$$

O próximo passo é resolver a Eq.C.15, sabendo que existe uma solução geral para esse tipo de integral que é mostrada a seguir,

$$\int_y^{+\infty} u^2 \exp(-u^2) = \frac{1}{4} \left[\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(y) + 2ay \exp(-y^2) \right], \quad (C.18)$$

assim ao realizar as substituições pode-se obter o resultado desejado,

$$\begin{aligned} \frac{2a\sigma^2}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} u^2 \exp(-u^2) du &= \frac{a\sigma^2}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E - E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right) \\ &+ \frac{a\sigma^2}{\sqrt{2}} \left(\frac{E - E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right) \exp \left(- \frac{E - E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2. \end{aligned} \quad (C.19)$$

Com as integrais resolvidas a resolução da Eq.C.12 é definida,

$$\frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}}\right)}^{+\infty} (E^2 - 2Eu\sigma\sqrt{2} + 2u^2\sigma^2) \exp(-u^2) \sigma\sqrt{2} du = \quad (\text{C.20})$$

$$\begin{aligned} & \frac{aE^2}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right) - \frac{2aE\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[- \left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2 \right] \\ & + \frac{a\sigma^2}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right) + \frac{a\sigma^2}{\sqrt{2}} \left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{E-E_c}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2, \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

no qual ao isolar as funções erro complementar e exponencial é possível obter Eq.C.1 de $R(E)$, onde,

$$R(E) = \frac{1}{2} [a(E^2 + \sigma^2) + bE + c] \operatorname{erfc} \left(\frac{E-E_c}{\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (\text{C.22})$$

$$+ \frac{-\sigma}{\sqrt{2\pi}} [a(E + E_c) + b] \exp \left[- \frac{(E-E_c)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (\text{C.23})$$

Com A função $R(E)$ definida, sua derivada pode ser realizada e detalhada. Ela pode ser simplificada da seguinte forma para facilitar os cálculos,

$$R(E) = \alpha_1 \operatorname{erfc} \left(\frac{E-E_c}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \beta_1 \exp \left[- \frac{(E-E_c)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (\text{C.24})$$

onde α_1 e β_1 são descritos da seguinte forma,

$$\alpha_1(E) = \frac{1}{2} [a(E^2 + \sigma^2) + bE + c] \quad (\text{C.25})$$

$$\beta_1(E) = \frac{-\sigma}{\sqrt{2\pi}} [a(E + E_c) + b]. \quad (\text{C.26})$$

Nomeando o termo que multiplica α_1 de R_1 e o termo que multiplica β_1 de R_2 , a derivada de $R(E)$ pode ser escrita de forma geral,

$$R'(E) = \alpha'_1 R_1 + \alpha_1 R'_1 + \beta'_1 R_2 + \beta_1 R'_2. \quad (\text{C.27})$$

Para facilitar os cálculos a equação pode ser dividida em partes, inicialmente realizando a derivada de R_1 . A função erfc é definida por uma constante e uma integral, detalhada na Eq.3.6, portando considerando a relação apresentada na seguinte equação,

$$y = \frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma}, \quad (\text{C.28})$$

a derivada de R_1 é realizada pela regra da cadeia,

$$\frac{dR_1}{dE} = \frac{dR_1}{dy} \cdot \frac{dy}{dE}. \quad (\text{C.29})$$

sabendo-se que a derivada de uma integral é a própria função dentro da mesma é possível definir o resultado final,

$$R'_1 = \frac{-2}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} = \frac{-2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2 = -\frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} R_2, \quad (\text{C.30})$$

sendo assim possível partir para o próximo passo, que é definir a derivada de R_2 a seguir,

$$R'_2 = -\frac{2(E - E_c)}{2\sigma^2} \exp\left[-\frac{(E - E_c)^2}{2\sigma^2}\right] = -\frac{(E - E_c)}{\sigma^2} R_2. \quad (\text{C.31})$$

Com os passos anteriores prontos os parâmetros que faltam ser diferenciados são α_1 e β_1 , no entanto são mais simples e assim suas diferenciações são definidas a seguir

$$\alpha'_1 = \frac{1}{2}(2aE + b) \quad (\text{C.32})$$

$$\beta'_1 = \frac{-\sigma}{\sqrt{2\pi}} a. \quad (\text{C.33})$$

Dividindo a diferenciação de $R'(E)$ em partes, as relações $\alpha'_1 R_1 + \alpha_1 R'_1$ e $\beta'_1 R_2 + \beta_1 R'_2$ são definidas a seguir.

$$\alpha'_1 R_1 + \alpha_1 R'_1 = \frac{1}{2}(2aE + b) \operatorname{erfc}\left(\frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{1}{2}[a(E^2 + \sigma^2) + bE + c] \cdot \frac{-2}{\sqrt{2\pi}\sigma} R_2 \quad (\text{C.34})$$

$$\beta_1' R_2 + \beta_1 R_2' = -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} R_2 - \frac{(E - E_c)}{\sigma^2} R_2 \cdot \frac{-\sigma}{\sqrt{2\pi}} [a(E + E_c) + b] \quad (\text{C.35})$$

Desse modo substituindo a Eq.C.34 e a Eq.C.35 em Eq.C.27 obtém-se a seguinte relação da diferenciação de $R(E)$,

$$R'(E) = \frac{1}{2}(2aE + b) \operatorname{erfc} \frac{E - E_c}{\sqrt{2}\sigma} \quad (\text{C.36})$$

$$- \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} [a(E_c^2 + 2\sigma^2) + bE_c + c] \exp \left[-\frac{(E - E_c^2)}{2\sigma^2} \right]. \quad (\text{C.37})$$

Portanto essas equações apresentam todos os detalhes do método de diferenciação para obter a borda de Compton para a calibração do detector de nêutrons.